

Extra opgaven Bayesiaans leren

1. Er is een loterij met 100 loten, waarvan het aantal prijzen onbekend is. Jouw hypotheses zijn dat er 1 (H_1), 2 (H_2) of 3 (H_3) prijzen zijn. Je acht alledrie de mogelijkheden aanvankelijk even waarschijnlijk. Er zijn 50 willekeurige loten van de 100 verkocht, en daarbij zit één winnaar. Wat zijn de a-posteriori waarschijnlijkheden wanneer je de formule van Bayes toepast?

Bij welke gebeurtenissen zouden er hypotheses verworpen worden (d.w.z. a-posteriori waarschijnlijkheid 0 krijgen)?

2. Gegeven is een munt waarvan de kans op kop onbekend is. De uniform verdeelde hypotheses zijn

$$H_1 = (p = \frac{1}{10}) \quad H_2 = (p = \frac{2}{10}) \quad H_3 = (p = \frac{8}{9}).$$

E is de gebeurtenis dat er m maal kop gegooid is met de munt. Hoe groot moet m zijn zodat de a-posteriori waarschijnlijkheid van H_3 8 maal zo groot is als die van H_1 en die van H_2 ?

3. Gegeven is een munt waarvan de kans op kop $\frac{1}{3}$ is. Iemand weet dat niet, en diens uniform verdeelde hypotheses zijn

$$H_1 = (p = \frac{1}{6}) \quad H_2 = (p = \frac{2}{3}).$$

Er wordt experiment uitgevoerd: de munt wordt twee maal gegooid en er wordt vastgesteld hoeveel keer er K is geworpen. Aan de hand van die uitkomst van het experiment wordt Bayesiaans geleerd. Wat is de kans dat het absolute verschil tussen de a-posteriori waarschijnlijkheden kleiner dan $\frac{1}{2}$ is? Wat is de kans dat de a-posteriori waarschijnlijkheden uniform verdeeld zijn?

4. Leg uit waarom bij twee hypotheses H_1 en H_2 waarvan de a-priori kansen gelijk zijn, het volgende geldt: als de likelihood van H_1 bij gebeurtenis E twee maal zo groot is als die van H_2 , dan geldt hetzelfde voor de a-posteriori waarschijnlijkheden van H_1 en H_2 .