Logische Complexiteit

I : Inleiding

Jeroen Goudsmit
Universiteit Utrecht
dinsdag 7 februari 2012

http://phil.uu.nl/logcom

Praktische Zaken

Praktische Zaken

Inleveropgaven

één per week & 10% van je cijfer

Praktische Zaken

Inleveropgaven
één per week & 10% van je cijfer

Tentamens
twee & beiden 45% van je cijfer

Praktische Zaken

Inleveropgaven

één per week & 10% van je cijfer

gemiddeld > 4

Tentamens

twee & beiden 45% van je cijfer

beiden > 5

Praktische Zaken

Inleveropgaven

één per week & 10% van je cijfer

gemiddeld > 4

Tentamens

twee & beiden 45% van je cijfer

beiden > 5

Herkansing

indien $4 \leq$ cijfer

Praktische Zaken

Inleveropgaven

één per week & 10% van je cijfer

gemiddeld > 4

Tentamens

twee & beiden 45% van je cijfer

beiden > 5

Herkansing

indien $4 \leq$ cijfer

Werkcollege

bereid opgaven voor!

Overzicht

1900 2012

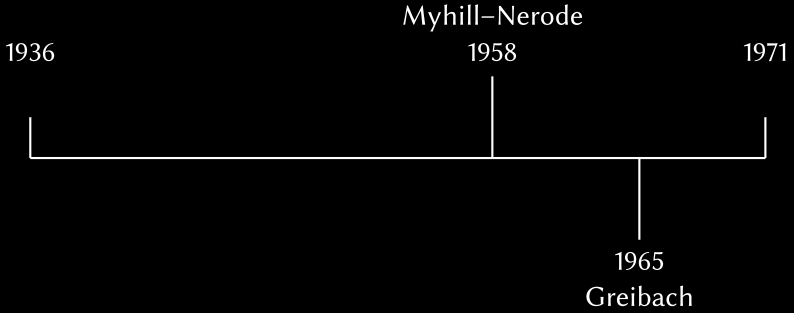
Overzicht

1936

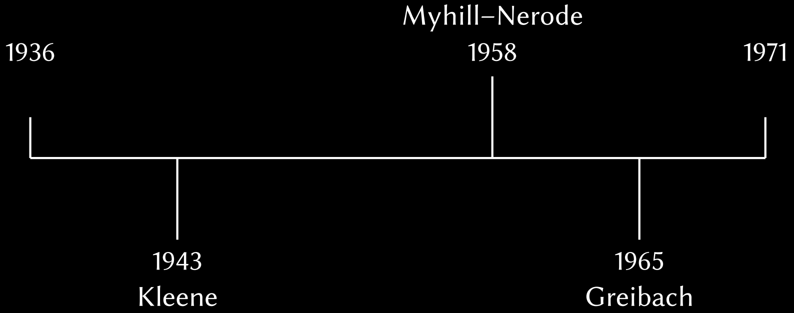
1971

Overzicht

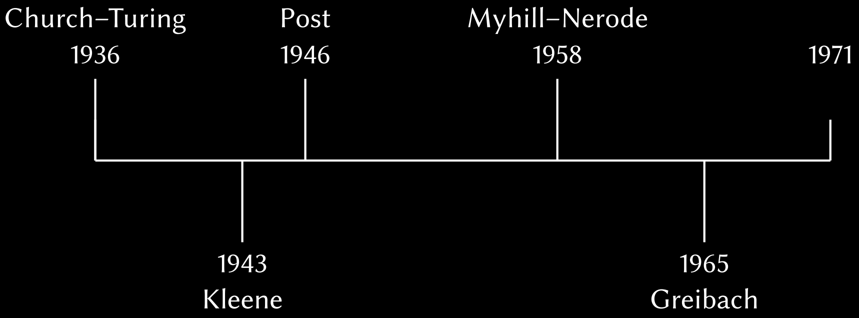
Overzicht



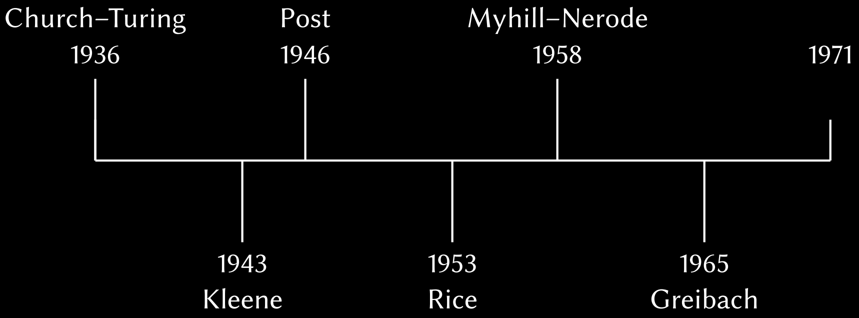
Overzicht



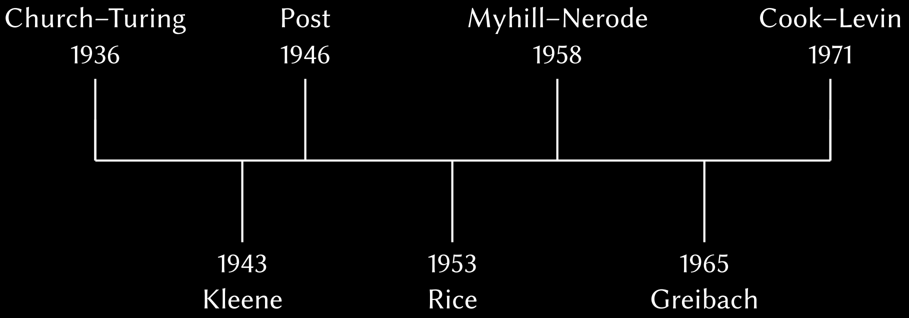
Overzicht


Church–Turing
1936
Post
1946
Myhill–Nerode
1958
1971
1943
Kleene
1965
Greibach

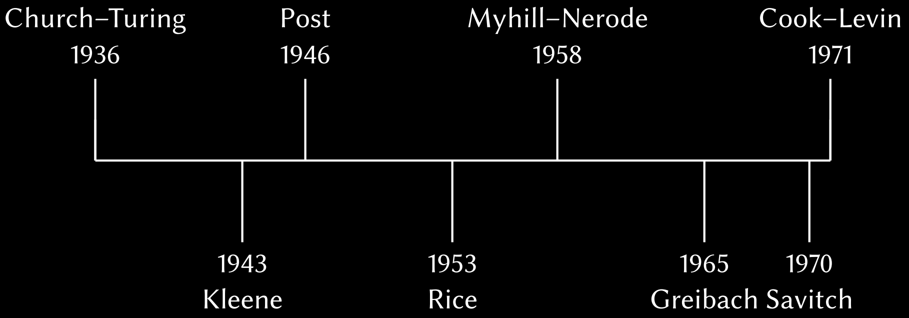
Overzicht


Church–Turing
1936
Post
1946
Myhill–Nerode
1958
1971
1943
Kleene
1953
Rice
1965
Greibach

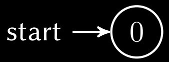
Overzicht

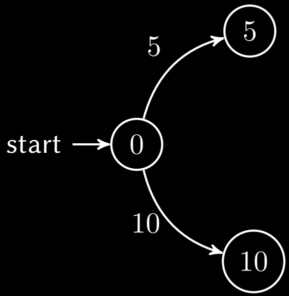

Church–Turing
1936
Post
1946
Myhill–Nerode
1958
Cook–Levin
1971
1943
Kleene
1953
Rice
1965
Greibach

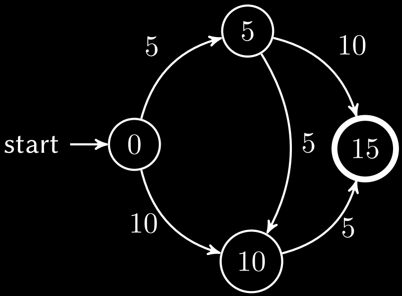
Overzicht

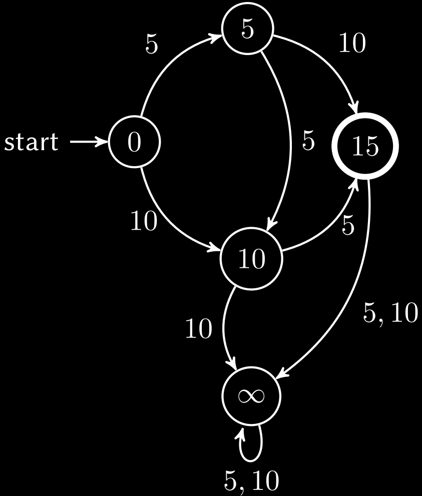


Church–Turing
1936
Post
1946
Myhill–Nerode
1958
Cook–Levin
1971
1943
Kleene
1953
Rice
1965
Greibach
1970
Savitch


start
0


start
0
5
5
10
10


start
0
5
10
15
5
10
10
5
5

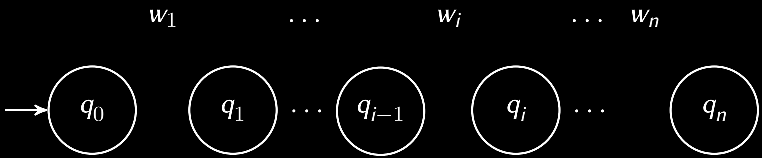

start
0
5
10
15
∞
5
10
5
10
5
10
5, 10
5, 10

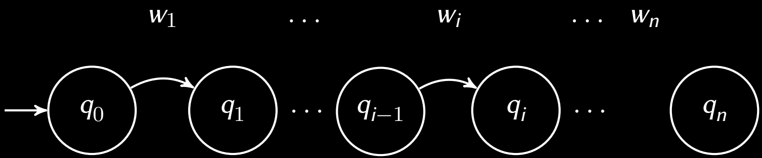
DFA

Definitie

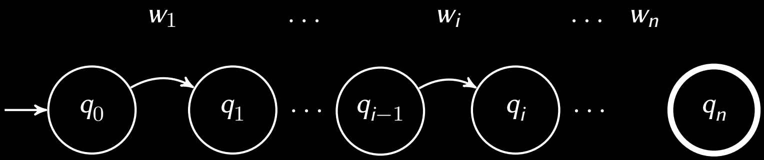
Een DFA is een tupel $\langle\, Q, \Sigma, \delta, q_0, F \,\rangle$ met:

Q	eindige verzameling	toestanden
Σ	eindige verzameling	alfabet
$\delta : Q \times \Sigma \to Q$		transitiefunctie
$q_0 \in Q$		begintoestand
$F \subseteq Q$		eindtoestanden


w_1
$\dots$
w_i
$\dots$
w_n
q_0
q_1
$\dots$
q_{i-1}
q_i
$\dots$
q_n



w_1
. . .
w_i
. . .
w_n
q_0
q_1
. . .
q_{i-1}
q_i
. . .
q_n


w_1
$\dots$
w_i
$\dots$
w_n
q_0
q_1
$\dots$
q_{i-1}
q_i
$\dots$
q_n

Berekening

Definitie

Een berekening van een eindige automaat $M = \langle\, Q, \Sigma, \delta, q_0, F \,\rangle$ op $w = w_1 \ldots w_n$ is een rijtje $r_0 \ldots r_n \in \Sigma^*$ zó dat:

$$r_0 = q_0 \quad r_{i+1} = \delta(r_i, w_i)$$

Berekening

Definitie
Een berekening van een eindige automaat $M = \langle Q, \Sigma, \delta, q_0, F \rangle$ op $w = w_1 \dots w_n$ is een rijtje $r_0 \dots r_n \in \Sigma^*$ zó dat:

$$r_0 = q_0 \quad r_{i+1} = \delta(r_i, w_i)$$

Een berekening is accepterend als $r_n \in F$.

Berekening

Definitie
Een berekening van een eindige automaat $M = \langle Q, \Sigma, \delta, q_0, F \rangle$ op $w = w_1 \ldots w_n$ is een rijtje $r_0 \ldots r_n \in \Sigma^*$ zó dat:

$$r_0 = q_0 \quad r_{i+1} = \delta(r_i, w_i)$$

Een berekening is accepterend als $r_n \in F$. M accepteert w als er een accepterende berekening is op w.

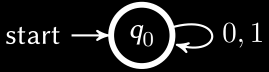
Taal

$$\mathcal{L}\left(M\right) := \left\{ w \in \Sigma^* \;\middle|\; M \text{ accepteert } w \right\}$$

Reguliere Taal

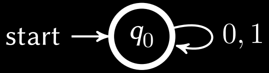
$L \subseteq \Sigma^*$ regulier indien $\mathcal{L}(M) = L$ voor een DFA M

Voorbeelden

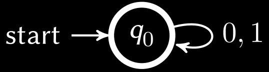
$\mathcal{L}\Bigg($ 

$\Bigg) \quad =$

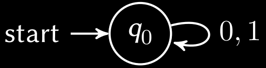
Voorbeelden

$\mathcal{L}\Bigg($  $\Bigg) \quad = \quad \Sigma^*$

Voorbeelden

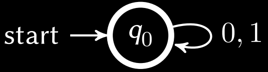
$\mathcal{L}\Bigg($ 

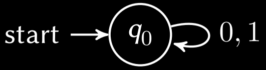
$\Bigg) \quad = \quad \Sigma^*$

$\mathcal{L}\Bigg($ 

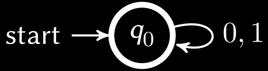
$\Bigg) \quad =$

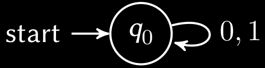
Voorbeelden

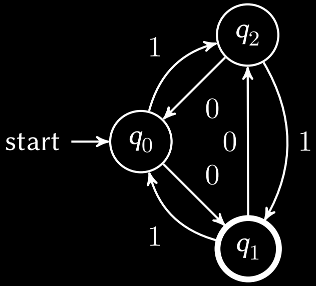
$\mathcal{L}\Bigg($  $\Bigg) = \Sigma^*$

$\mathcal{L}\Bigg($  $\Bigg) = \emptyset$

Voorbeelden

$\mathcal{L}\Big($  $\Big) = \Sigma^*$

$\mathcal{L}\Big($  $\Big) = \emptyset$

$\mathcal{L}\Bigg($  $\Bigg)$

Afsluiting onder Vereniging

Als L_1, L_2 regulier, dan $L_1 \cup L_2$ regulier.

Afsluiting onder Vereniging

$M_2 = \langle\, Q^2, \Sigma, \delta^2, q_0^2, F^2 \,\rangle$

Als L_1, L_2 regulier, dan $L_1 \cup L_2$ regulier.

$M_1 = \langle\, Q^1, \Sigma, \delta^1, q_0^1, F^1 \,\rangle$

Afsluiting onder Vereniging

$M_2 = \langle\, Q^2, \Sigma, \delta^2, q_0^2, F^2 \,\rangle$

Als L_1, L_2 regulier, dan $\mathcal{L}\,(\,M_1\,) \cup \mathcal{L}\,(\,M_2\,)$ regulier.

$M_1 = \langle\, Q^1, \Sigma, \delta^1, q_0^1, F^1 \,\rangle$

Afsluiting onder Vereniging

$M_2 = \langle Q^2, \Sigma, \delta^2, q_0^2, F^2 \rangle$

Als L_1, L_2 regulier, dan $\mathcal{L}(M_1) \cup \mathcal{L}(M_2)$ regulier.

$M_1 = \langle Q^1, \Sigma, \delta^1, q_0^1, F^1 \rangle$

$$\| $$

$$\mathcal{L}(\langle Q, \Sigma, \delta, q_0, F \rangle)$$

Afsluiting onder Vereniging

$M_2 = \langle\, Q^2, \Sigma, \delta^2, q_0^2, F^2 \,\rangle$

Als L_1, L_2 regulier, dan $\mathcal{L}\,(\,M_1\,) \cup \mathcal{L}\,(\,M_2\,)$ regulier.

$M_1 = \langle\, Q^1, \Sigma, \delta^1, q_0^1, F^1 \,\rangle$

$$\| $$

$$\mathcal{L}\,\big(\,\langle\, Q_1 \times Q_2, \Sigma, \delta, \quad q_0 \quad, F \quad \rangle\,\big)$$

Afsluiting onder Vereniging

$M_2 = \langle\, Q^2, \Sigma, \delta^2, q_0^2, F^2 \,\rangle$

Als L_1, L_2 regulier, dan $\mathcal{L}\,(\,M_1\,) \cup \mathcal{L}\,(\,M_2\,)$ regulier.

$M_1 = \langle\, Q^1, \Sigma, \delta^1, q_0^1, F^1 \,\rangle$

$$\mathcal{L}\left(\langle\, Q_1 \times Q_2, \Sigma, \delta, \langle\, q_0^1, q_0^2 \,\rangle, F \quad \rangle\right)$$

Afsluiting onder Vereniging

$M_2 = \langle\, Q^2, \Sigma, \delta^2, q_0^2, F^2 \,\rangle$

Als L_1, L_2 regulier, dan $\mathcal{L}\,(\,M_1\,) \cup \mathcal{L}\,(\,M_2\,)$ regulier.

$M_1 = \langle\, Q^1, \Sigma, \delta^1, q_0^1, F^1 \,\rangle$

$$\| \qquad \mathcal{L}\,\big(\,\langle\, Q_1 \times Q_2, \Sigma, \delta, \langle\, q_0^1, q_0^2 \,\rangle, F \quad \rangle\,\big)$$

$$\delta : \big(Q_1 \times Q_2\big) \times \Sigma \to \big(Q_1 \times Q_2\big), \quad \langle\, a, b \,\rangle, x \mapsto \langle\, \delta^1(a, x), \delta^2(b, x) \,\rangle$$

Gezien

$$\text{Reguliere Talen: } \left\{ \begin{array}{l} \text{komen van DFA's} \\ \text{zijn gesloten onder vereniging} \end{array} \right.$$

Gezien

Reguliere Talen: $\left\{ \begin{array}{l} \text{komen van DFA's} \\ \text{zijn gesloten onder vereniging} \end{array} \right.$

Werkcollege: opgaven 1–6, gesloten onder doorsnede, PDFA's

Church, Alonzo (1936). „A Note on the Entscheidungsproblem". In: *The Journal of Symbolic Logic* 1.1, p. 40–41. ISSN: 00224812. JSTOR: 2269326.

Cook, Stephen A. (1971). „The complexity of theorem-proving procedures". In: *Proceedings of the third annual ACM symposium on Theory of computing*. STOC '71. Shaker Heights, Ohio, United States: ACM, p. 151–158. DOI: 10.1145/800157.805047.

Greibach, Sheila A. (jan 1965). „A New Normal-Form Theorem for Context-Free Phrase Structure Grammars". In: *J. ACM* 12 (1), p. 42–52. ISSN: 0004-5411. DOI: 10.1145/321250.321254.

Kleene, Stephen Cole (1943). „Recursive Predicates and Quantifiers". In: *Transactions of the American Mathematical Society* 53.1, p. 41–73. ISSN: 00029947. JSTOR: 1990131.

Post, Emil Leon (1947). „Recursive Unsolvability of a Problem of Thue". In: *The Journal of Symbolic Logic* 12.1, p. 1–11. ISSN: 00224812.

Rice, Henry Gordon (1953). „Classes of Recursively Enumerable Sets and Their Decision Problems". In: *Transactions of the American Mathematical Society* 74.2, p. 358–366. ISSN: 00029947. JSTOR: 1990888.

Savitch, Walter J. (1970). „Relationships between nondeterministic and deterministic tape complexities". In: *Journal of Computer and System Sciences* 4.2, p. 177–192. ISSN: 0022-0000. DOI: 10.1016/S0022-0000(70)80006-X.

Turing, Alan Mathison (1937). „On Computable Numbers, with an Application to the Entscheidungsproblem". In: *Proceedings of the London Mathematical Society* 2.1, p. 2–42. DOI: 10.1112/plms/s2-42.1.230.