

Logische Complexiteit

NP-volledigheid

Jeroen Goudsmit

dinsdag 3 april

Deze inleveropgave gaat over NP-volledigheid, en bestaat uit [Opgave 1](#) en [Opgave 2](#). Er is deze keer *geen* bonus-onderdeel. Let er wel op dat je zowel aantoont dat je probleem in NP zit, als dat ieder probleem in NP er naartoe te reduceren is in polynomiale tijd. Maak bij deze opgave gebruik van de al bekende NP-volledige problemen uit het boek, te weten sat, 3sat, hampath, subset – sum, clique en vertex – cover. Je hebt niet al deze problemen nodig.

Opgave 1 — Kleine Problemen

Hieronder twee talen die NP-volledig zijn. Bewijs van precies één van deze twee talen dat ze NP-volledig is.

$$\text{LangPad} := \left\{ \langle G, k \rangle \mid \begin{array}{l} G \text{ is een gerichte graaf wat een} \\ \text{simpel}^1 \text{ pad van lengte minstens } k \text{ bevat} \end{array} \right\}$$
$$\text{Pak} := \left\{ \langle X, w, v, W, V \rangle \mid \begin{array}{l} X \text{ is een eindige verzameling, } w \text{ en } v \text{ functies van } X \text{ naar } \mathbb{N} \\ \text{en er is een deelverzameling } S \subseteq X \text{ met} \\ \sum_{s \in S} w(s) \leq W \text{ en } \sum_{s \in S} v(s) \geq V \end{array} \right\}$$

Opgave 2 — Lussen

Bewijs dat de volgende taal NP-volledig is.

$$\text{HamLus} := \{ \langle G \rangle \mid G \text{ is een gerichte graaf met een lus die elke knoop precies één keer raakt.} \}$$

¹Een pad heet simpel wanneer iedere knoop in het pad precies een keer langs komt.