

Opgaves Wiskunde voor CKI

29 November 2004

1. Bewijs dat $\sqrt{3}$ een irrationeel getal is. (Dwz: dat er geen natuurlijke getallen p en q waarvoor geldt: $p/q = \sqrt{3}$.)
2. Stel dat je niet weet dat $\sqrt{4} = 2$. Je bent benieuwd of $\sqrt{4}$ een rationeel getal is. Probeer te bewijzen dat $\sqrt{4}$ een irrationeel getal is op dezelfde wijze als we hebben laten zien voor $\sqrt{2}$. Lukt dit? Zo ja, wat betekent dit? Zo nee, waar gaat het mis ten opzichte van het bewijs voor $\sqrt{2}$?
3. $A \cup B$ kan je anders schrijven als:

$$\{x : x \in A \vee x \in B\}$$

$A \cap B$ wordt dan:

$$\{x : x \in A \wedge x \in B\}$$

(Dit is hetzelfde als $\{x \in A : x \in B\}$).

Bewijs zonder gebruik te maken van Venn-diagrammen (met behulp van bovenstaande definities) dat:

$$A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$$

4. Een driehoek ABC is getekend in een cirkel zodat het centrum O op de zijde AB ligt. Bewijs dat de hoek $\angle ACB$ een rechte hoek is.
5. Gegeven is een cirkel met het centrum O en een chord AB . Beschouw alle driehoeken ABC in de cirkel, die dezelfde zijde AB hebben en waarbij C aan dezelfde kant van de lijn AB en op de cirkel ligt. Dan is de hoek $\angle ACB$ altijd dezelfde.
6. Bewijs dat $\sqrt{6}$ een irrationeel getal is.