

Uitwerkingen Oefenopgaves Wiskunde voor AI

Week 3

1 Reflexief:	$\forall x(xRx)$
2 Transitief:	$\forall x, y, z((xRy \text{ en } yRz) \Rightarrow xRz)$
3 Symmetrisch:	$\forall x, y(xRy \Rightarrow yRx)$
4 Anti-Symmetrisch:	$\forall x, y((xRy \text{ en } yRx) \Rightarrow (x = y))$
5 Lineair:	$\forall x, y(xRy \text{ of } yRx)$

Uitwerking 1.

NB: in principe schrijf ik alleen de nummers op van de eigenschappen die de relatie WEL heeft, de eigenschappen die ik weg laat heeft die relatie dus niet. BV bij a staat 1,2,3 en 4. Deze relatie is dus Reflexief, Transitief, Symmetrisch en Anti-Symmetrisch, maar niet Lineair.

a.

$$R = \{\langle x, y \rangle : (x, y \in \mathbb{N}) \text{ en } (x = y)\}$$

1,2,3 en 4.

b.

$$R = \{\langle x, y \rangle : (x, y \in \mathbb{R}) \text{ en } (x > y)\}$$

2 en 4

c.

$$R = \{\langle x, y \rangle : (x, y \in \text{alphabet}) \text{ en } ((x \text{ is een klinker}) \text{ of } (y \text{ is een klinker}))\}$$

1 niet (tegenvoorbeeld: $x = "b"$)

2 niet (tegenvoorbeeld: $(\langle "b", "a" \rangle \in R) \text{ en } (\langle "a", "c" \rangle \in R)$, maar $(\langle "b", "c" \rangle \notin R)$)

3 wel

4 niet (tegenvoorbeeld: $x = "a"$ en $y = "b"$)

5 niet (tegenvoorbeeld: $x = "b"$ en $y = "c"$)

Deze relatie is dus alleen symmetrisch.

d.

$$R = \{ \langle x, y \rangle : (x, y \in \mathbb{N}) \text{ en } (x \text{ modulo } y = 0) \}$$

Als een x modulo y gelijk is aan 0, dan kun je zeggen dat x deelbaar is door y .

Ik schrijf hieronder $a|b$ voor "b is deelbaar door a".

1 wel (want $x|x$)

2 wel (want als $y|x$ en $z|y$ dan geldt $z|x$. Stel bijvoorbeeld: $(4|12)$ en $(2|4) \Rightarrow (2|12)$. Dit klopt want 12 is deelbaar door 2. NB dit is slechts een voorbeeld, geen bewijs. Voor een bewijs zou je moeten bewijzen dat als een getal x deelbaar is door een ander getal y , dan x ook deelbaar is door alle delers van y (waaronder dus z .)

3 niet (tegenvoorbeeld: $x = 3$ en $y = 6$)

4 wel (stel $x > y$, dan kan wel gelden $y|x$, maar niet $x|y$. Als zowel $x|y$ en $y|x$ dan moet dus wel $x = y$)

5 niet (tegenvoorbeeld: $x = 2$ en $y = 3$)

e.

$$R = \{ \langle x, y \rangle : (x, y \text{ zijn verzamelingen}) \text{ en } (x \subset y) \}$$

2 en 4 (niet geheel toevallig hetzelfde als bij b.)

f.

$$R = \{ \langle x, y \rangle : (x, y \in \mathbb{N}) \text{ en } (x + 1 = y) \}$$

4

g.

$$R = \emptyset$$

2,3 en 4