

Basisstructuur: Papers van Frege en Peano zijn pogingen tot formaliseren logica resp. wiskunde. Wat daarna volgt is uitleg of complicaties, met name paradoxen.

Uit bestaan van complicaties volgt wens om consistentie te bewijzen.

Begriffsschrift

Logica moet fundering van wiskunde worden: wel wiskundig precies, maar niet kopiëren van de wiskunde. Wiskunde en logica gescheiden houden.

Formele taal, waarin datgene wat alleen een gevolg is van de interactie van spreker en luisteraar en niet van de inhoud verwijderd is. Geen onderwerp/gezegde maar functie/argument: wiskundig preciezer gedefinieerd. Van normale taal naar wiskunde.

Hier zit de wortel van de Russell paradox; zonder deze taal is het niet eens mogelijk dit te formuleren.

Peano: axiomatisering meer dan formalisering rekenkunde

nog zonder regels, alleen taal en axioma's

Dedekind: verduidelijking en rechtvaardiging details (het nut van mensen die er niets van snappen)

ketenbegrip nodig voor uniciteit

De eerste paradox: Burali-Forti

het ordinaalgetal van de verzameling ordinaalgetallen is zowel een element van die verzameling als groter dan ieder willekeurig element ervan.

Hoe moet dit geïnterpreteerd worden?

Conclusies: BF: ordening ordinalen is slechts partieel.

Russell: niet "well-ordered". (zie Zermelo)

Jourdain: consistente en niet-consistente veelheden

-> geen verzameling ordinalen (dit is uiteindelijke oplossing)

Cantor: het probleem is dat veelheid geen verzameling is

Russell: de paradox.

alleen begrippen verzameling en element nodig.

de verzameling van verzamelingen (of klasse? wat is precies het verschil?) die geen element zijn van zichzelf, is alleen lid van zichzelf als hij dat niet is

en Frege's antwoord: mooi hoe hij meteen de reikwijdte inziet: het wordt de vraag of rekenkunde überhaupt nog te funderen is, en hij kan het nog waarderen ook, unwelcome as it may seem.

Wat is die "rule V" die wegvalt?

Zermelo

uit keuzeaxioma volgt well-ordering

Dus: die uitweg is afgesloten, maar we zitten nu wel met de status van dat keuzeaxioma.

Padoa: hoe laat je zien dat een term binnen een systeem niet definieerbaar is in de andere termen?

zoek een model., interpretatie

Hilbert: gaat in zekere zin op Padoa door.

begin consistentiebewijs