

# Ejercicios de repaso

Eduardo Hermo Reyes  
ehermo.reyes@ub.edu

**IMPORTANTE!** Estos ejercicios de repaso **NO** cubren todo el temario del segundo parcial; tan solo cubren el contenido de las últimas dos o tres semanas de clase.

La **dificultad** de estos ejercicios no tiene por qué ser la misma que la de los ejercicios que encontraréis en el examen.

## 1 Teoría de conjuntos

**Ejercicio 1.1** Diga cuántos elementos tienen los siguientes conjuntos.

1.  $\{a\}$ ;
2.  $\{\{a\}\}$ ;
3.  $\{\{a\}, a\}$ ;
4.  $\{\{a\}, a, \{\{a\}, a\}\}$ ;
5.  $\emptyset$ ;
6.  $\{\emptyset\}$ ;
7.  $\{\{\emptyset\}, \emptyset\}$ ;
8.  $\emptyset \cup \{\emptyset\}$ ;
9.  $\emptyset \cap \{\emptyset\}$ ;
10.  $\{\emptyset\} - \emptyset$ .

**Ejercicio 1.2** Diga cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas y cuáles son falsas.

1.  $a \in \{a, b, c\}$ ;
2.  $a \in \{\{a\}, b, c\}$ ;
3.  $a \subseteq \{a, b, c\}$ ;
4.  $a \subseteq \{\{a\}, b, c\}$ ;
5.  $\emptyset \in \emptyset$ ;
6.  $\emptyset \in \{\emptyset\}$ ;
7.  $\emptyset \subseteq \emptyset$ ;
8.  $\emptyset \subseteq \{\emptyset\}$ ;
9.  $a \in \{a, b, c\} \cup \{\{a\}\}$ ;
10.  $\{a\} \subseteq \{a, b, c\} \cap \{\{a\}\}$ ;
11.  $a \in \{\{a\}, b, c\} \cap \{\{a\}\}$ ;
12.  $\{\{a\}\} \subseteq \{\{a\}, b, c\} \cup \emptyset$ .
13.  $a \in \{a, b, c\} - \{\{a\}\}$ ;
14.  $a \in \{\{a\}, b, c\} - \{\{a\}\}$ .

**Ejercicio 1.3** Sea  $A = \{0, 1, 2, 3\}$ . Defina las relaciones  $R$  y  $S$  en  $A$  tal que para todo  $a, b \in A$ :

1.  $\langle a, b \rangle \in R$  si y solo si  $a < b$ ;
2.  $\langle a, b \rangle \in S$  si y solo si  $b = a + 1$ .

## 2 Lógica de primer orden

**Ejercicio 2.1** Para cada una de las siguientes fórmulas, diga qué apariciones de variables son libres y cuáles son ligadas.

1.  $Rxy$ ;
2.  $\exists xPx \wedge Rxx$ ;
3.  $Rxc \leftrightarrow \exists xRxx$ ;
4.  $Rcc$ ;
5.  $\forall x(\exists yPy \wedge Rxy) \wedge \exists zRxz$ ;
6.  $\exists zRcz \wedge \forall y(Ryc \rightarrow Ryz)$ .

**Ejercicio 2.2** Para cada una de las siguientes sentencias, encuentre **si es posible** un modelo  $\mathcal{A}$  que haga cierta a la sentencia y un modelo  $\mathcal{B}$  que la haga falsa.

1.  $\exists xPx \wedge \exists y\neg Py$ ;
2.  $\forall xRxx \rightarrow \forall x\exists yRxy$ ;
3.  $\forall y(\exists xPx \wedge Qy)$ ;
4.  $Pc \wedge (\exists xPx \rightarrow \forall xPx) \wedge \exists y\neg Py$ ;
5.  $\forall x((Px \wedge Qx) \rightarrow \exists z(Rxz \wedge \neg Qz))$ ;
6.  $\exists x(Px \rightarrow \forall yPy)$ ;
7.  $\exists y(\exists x\forall y\neg Rxy \rightarrow \neg Ryy)$ .