Inleveropgave 3 - 1 December

1(3pt) Zij X een verzameling. Bewijs dat de relatie $\subseteq$ op $P(X)$ serieel (serial) is. Bewijs dat de relatie $\subset$ op $P(X)$ niet serieel en niet dicht is.

2(3pt) Beschouw de relatie R op de natuurlijke getallen gegeven door

$$xRy \;\Leftrightarrow\; x \in \mathbb{N}_{>0} \wedge y \in \mathbb{N}_{>0} \wedge \exists n \in \mathbb{Z}(x/y = 2^n).$$

Bewijs dat R een equivalentie relatie is.

3(2pt) Zij R de relatie $\{\langle 0,0\rangle, \langle 0,1\rangle, \langle 1,2\rangle\}\}$ op $\{0,1,2\}$. Welke paren moeten er minimaal toegevoegd worden aan R om het tot een equivalentie relatie te maken?

4(2pt) Laat W de verzameling zijn van eindige rijtjes van 0-en en 1-en. Dus bijvoorbeeld $0 \in W$, $1 \in W$, $00 \in W$, $101 \in W$, etc. Het lege rijtje zit ook in W. Gegeven een rijtje $w \in W$, laat $l(w)$ de lengte van w zijn.

Is de functie $f : W \to \mathbb{N}$ gegeven door $f(w) = |w|$ injectief? En surjectief?

Is de functie $f : \mathbb{N} \to W$ gegeven door $f(n) = 1^n$ injectief? En surjectief? Hier is 1^n een rijtje van n 1-en, en 1^0 is het lege rijtje.