

# Logische Complexiteit

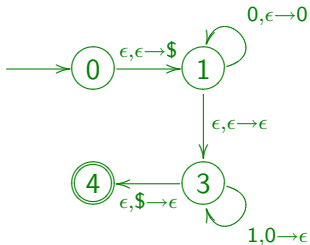
## Grammatica's en PDA's

College 7

Dinsdag 2 Maart

# Voorbeeld PDA

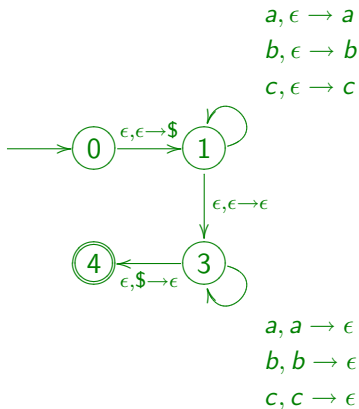
De volgende PDA herkent de taal  $\{0^n 1^n \mid n \geq 0\}$ .



# Voorbeeld PDA

De volgende PDA herkent de taal

$$\{w \in \{a, b, c\}^* \mid w \text{ is een palindroom}\}.$$

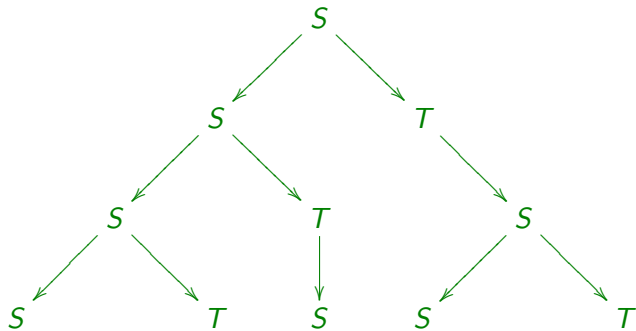


# Lindenmayer systeem: algen

CFG:  $S \rightarrow ST$  en  $T \rightarrow S$ .

# Lindenmayer systeem: algen

CFG:  $S \rightarrow ST$  en  $T \rightarrow S$ .



# Lindenmayer systeem: Fibonacci getallen

CFG:  $S \rightarrow T$  en  $T \rightarrow ST$ .

# Lindenmayer systeem: Fibonacci getallen

CFG:  $S \rightarrow T$  en  $T \rightarrow ST$ .

De lengtes van de woorden gegenereerd door deze grammatica vormen de Fibonacci nummers:

1 1 2 3 5 8 13 21 ...

Het  $n$ -de Fibonacci getal  $f(n)$  kan ook zo gedefinieerd worden:

$$f(1) = 1 \quad f(2) = 1 \quad f(n+1) = f(n) + f(n-1).$$

# Lindenmayer systeem: Koch kurve

CFG:  $S \rightarrow S + S - S - S + S$ .

Hierbij wordt een  $+$  ( $-$ ) getekend als een draai van  $90^\circ$  naar links (rechts) en  $S$  als een streepje:

$n=0$                       

# Lindenmayer systeem: Koch kurve

CFG:  $S \rightarrow S + S - S - S + S$ .

Hierbij wordt een  $+$  ( $-$ ) getekend als een draai van  $90^\circ$  naar links (rechts) en  $S$  als een streepje:

$n=0$



$n=1$



# Lindenmayer systeem: Koch kurve

CFG:  $S \rightarrow S + S - S - S + S$ .

Hierbij wordt een  $+$  ( $-$ ) getekend als een draai van  $90^\circ$  naar links (rechts) en  $S$  als een streepje:

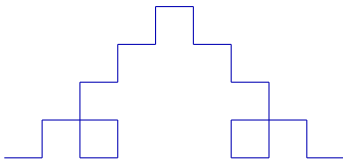
$n=0$



$n=1$



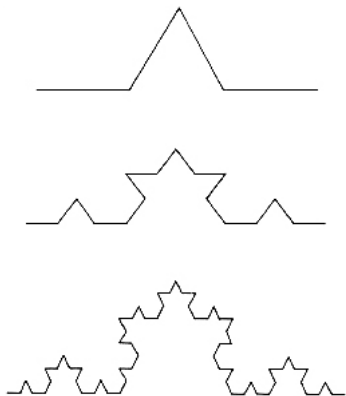
$n=2$



## Lindenmayer systeem: Koch kurve

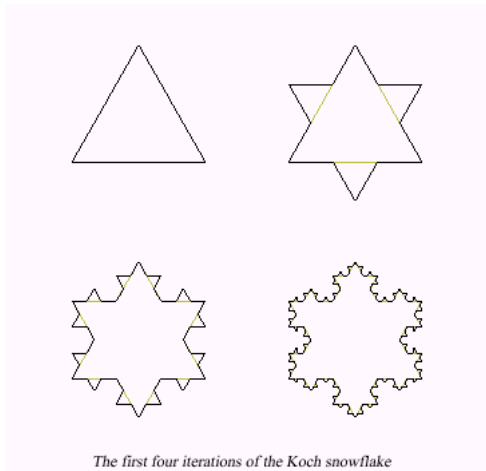
CFG:  $S \rightarrow S - S ++S - S$ .

Hierbij wordt een + (-) getekend als een draai van  $60^\circ$  naar links (rechts) en  $S$  als een streepje. Dus  $++$  is een draai van  $120^\circ$  naar rechts. Dat geeft:

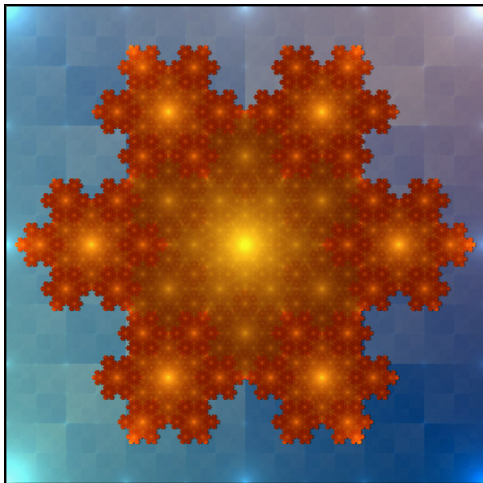


## Lindenmayer systeem: Koch sneeuwvlok

Als de grammatica van de Koch curve toegepast wordt op de drie zijden van een gelijkzijdige driehoek geeft dat de beroemde Koch sneeuwvlok:



## Lindenmayer systeem: plaatjes



## Lindenmayer systeem: Sierpinski driehoek

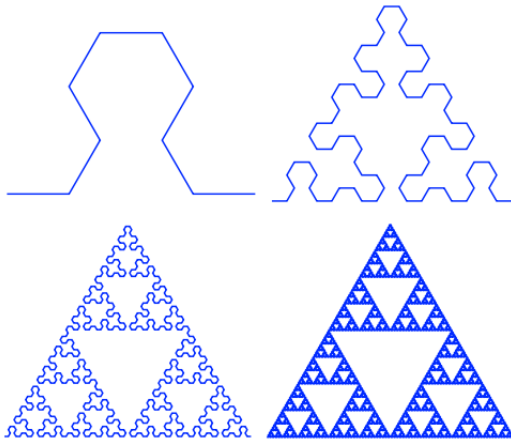
CFG:  $S \rightarrow T - S - T$  en  $T \rightarrow S + T + S$ . Hoek:  $60^\circ$ .

Deze “woorden” behoren tot de taal van deze grammatica:

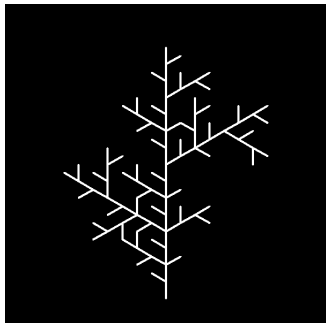
## Lindenmayer systeem: Sierpinski driehoek

CFG:  $S \rightarrow T - S - T$  en  $T \rightarrow S + T + S$ . Hoek:  $60^\circ$ .

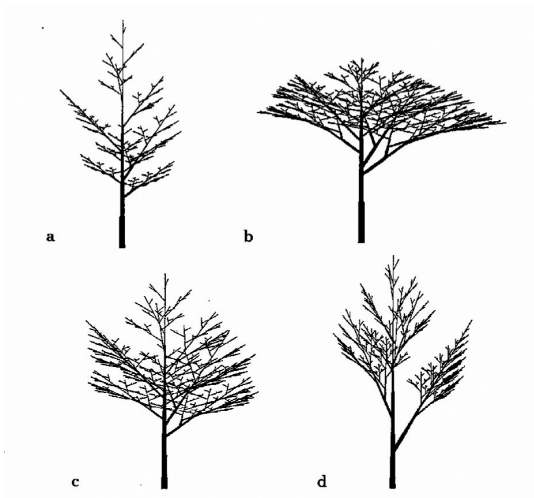
Deze "woorden" behoren tot de taal van deze grammatica:



## Lindenmayer systeem: planten



# Lindenmayer systeem: planten



## Lindenmayer systeem: planten



# Rechts reguliere grammatica's

**Def.** Een *rechts reguliere grammatica* is een grammatica  $G = (V, \Sigma, S, \mathcal{R})$ , waarbij elke regel in  $\mathcal{R}$  een van de volgende twee vormen heeft, waarbij  $A, B \in V$  en  $a \in \Sigma_\epsilon$ :

$$A \rightarrow A \quad A \rightarrow aB.$$

In het bijzonder zijn rechts reguliere grammatica's context-vrij.

**St.** Een taal  $\mathcal{L}$  is regulier dan en slechts dan als het de taal is van een rechts reguliere grammatica.

# Reguliere en context-vrije talen

Tot nu toe:

Chomsky-hierarchie	talen	automaten	grammatica's
type-3 talen	reguliere	DFA en NFA	rechts reguliere
type-2 talen	context-vrije	PDA	context-vrije

Finis