

# Logische Complexiteit

## GNFA's en het Pomplemma

### College 4

Donderdag 18 Februari

# Reguliere talen en reguliere expressies

**St.** Een taal is regulier desda de taal beschreven wordt door een reguliere expressie.


# Reguliere talen en reguliere expressies

**St.** Een taal is regulier desda de taal beschreven wordt door een reguliere expressie.

**Bew.**

$\Leftarrow$  done.

$\Rightarrow$ : Converteer een DFA  $M$  naar een GNFA  $M^g$  en de GNFA  $M^g$  naar een GNFA  $G$  met twee toestanden, zodat

$\mathcal{L}(M) = \mathcal{L}(M^g) = \mathcal{L}(G)$ .  $G$  geeft de reguliere expressie  $R$  zodat  $\mathcal{L}(G) = \mathcal{L}(R)$ . 

# GNFA's

**Def.**  $\mathcal{R}_\Sigma$  is de verzameling van alle reguliere expressies in de taal  $\Sigma$ .

**Def.** Een GNFA is  $M = (Q, \Sigma, \delta, q_a, q_s)$ , waarbij

- $Q$  is een eindige verzameling toestanden,
- $\Sigma$  is het alfabet,
- $\delta : Q \setminus \{q_a\} \times Q \setminus \{q_s\} \rightarrow \mathcal{R}$  is de transitiefunctie,
- $q_s$  is de begintoestand,
- $q_a$  is de accepterende toestand.

$M$  accepteert een woord  $w$  als er  $w_1, \dots, w_n \in \Sigma^*$  en toestanden  $q_0, \dots, q_n \in Q$  zijn zodat

- $q_0 = q_a$  en  $q_n = q_a$ ,
- voor elke  $i$ ,  $w_i \in \mathcal{L}(\delta(q_{i-1}, q_i))$ , ofwel, als  $\delta(q_{i-1}, q_i) = R$ , dan  $w_i \in \mathcal{L}(R)$ .

$$G \Rightarrow G^{q_w}$$

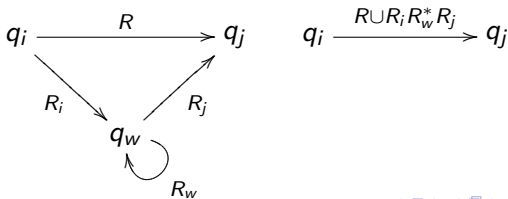
**Def.** Voor een DFA  $M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, \mathcal{F})$ , is  $M^{\mathcal{E}}$  een GNFA, waarbij

- $M^{\mathcal{E}} = (Q \cup \{q_a, q_s\}, \Sigma, \delta', q_s, q_a)$ ,
- er  $\epsilon$ -pijlen zijn van  $q_a$  naar  $q_0$  en van elke  $q \in \mathcal{F}$  naar  $q_s$ ,
- $\forall q_i, q_j \in Q$  geldt  $\delta'(q_i, q_j) = \bigcup \{a \in \Sigma \mid \delta(q_i, a) = q_j\}$ , tenzij
- $q_i = q_j$  en er geen lus bij  $q_i$  is, dan  $\delta'(q_i, q_j) = \epsilon$ .

(Dus als er geen pijlen tussen  $q_i$  en  $q_j$  zijn, dan  $\delta'(q_i, q_j) = \emptyset$ .)

**Def.** Gegeven een GNFA  $Q = (Q, \Sigma, \delta, q_s, q_a)$  en een  $q_w \in Q$  ongelijk  $q_s$  en  $q_a$ , is  $G^{q_w} = (Q \setminus \{q_w\}, \Sigma, \delta', q_s, q_a)$ , waarbij

- $\delta'(q_i, q_j) = \delta(q_i, q_j) \cup \delta(q_i, q_w)\delta(q_w, q_w)^*\delta(q_w, q_j)$ .



# Pomplemma

**St.** Voor elke reguliere taal  $\mathcal{L}$  in alfabet  $\Sigma$  is er een getal  $p \in \mathbb{N}$  waarvoor geldt: voor elk woord  $s \in \mathcal{L}$  van lengte minstens  $p$  zijn er  $x, y, z \in \Sigma^*$  zodat

- $s = xyz$ ,
- voor elke  $n \geq 0$ :  $xy^n z \in \mathcal{L}$ ,
- $y$  is niet het lege woord  $\epsilon$ ,
- de lengte van  $xy$  is hoogstens  $p$ .

Finis