Taal- en spraaktechnologie 2011

Transducers

Michael Moortgat

Samenvatting

Bronnen: Roche en Schabes (1997) *Finite-state language processing*, MIT Press; Mohri *Weighted Finite-State Transducer Algorithms: An Overview*, Formal Languages and Applications 148 (620): 551–564.

1. Finite-state transducers (FST)

Een FST is een 6-tal $(\Sigma, \Gamma, Q, I, F, \delta)$, met

- Σ: een eindig alfabet (invoeralfabet),
- Γ: een eindig alfabet (uitvoeralfabet),
- Q: een eindige verzameling toestanden,
- $i \in Q$: de begintoestand,
- $F \subseteq Q$: de eindtoestanden,
- $\delta \subseteq Q \times (\Sigma \cup \{\epsilon\}) \times (\Gamma \cup \{\epsilon\}) \times Q$: de verzameling overgangen.

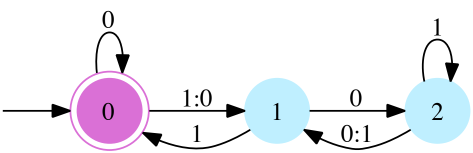
Merk op: invoer- en uitvoeralfabet kunnen gelijk zijn.

2. Overgangsdiagram van een transducer

(Q, δ) vormen een gelabelde gerichte graaf:

- vertices: Q
- overgangen met input label a en output label b voor $(q, a, b, r) \in \delta$

Voorbeeld



3. Transducers als relaties over rijtjes

Definieer δ^* als de reflexieve, transitieve afsluiting van δ:

- $\delta \subseteq \delta^*$;
- $(q, \epsilon, \epsilon, q) \in \delta^*$ voor alle $q \in Q$;
- als $(q, x, y, r) \in \delta^*$ en $(r, a, b, s) \in \delta$, dan ook $(q, xa, yb, s) \in \delta^*$

Elementen van δ^* noemen we paden.

4. Rationele relaties

De interpretatie van een transducer T is de rationele relatie $[\![T]\!]$:

- $x[\![T]\!]y$ desda $\exists f \in F$ zo dat $(i, x, y, f) \in \delta^*$

m.a.w. T zet een invoerrijtje $x \in \Sigma^*$ om in een uitvoerrijtje $y \in \Gamma^*$ als er een pad is van de begintoestand naar een eindtoestand en dat pad heeft input label x en output label y.

Als $[\![T]\!]$ voor elk rijtje x in de invoerverzameling Σ^* ofwel de lege verzameling of een verzameling met één enkel element (singleton) oplevert, spreken we van een rationele functie.

5. Operaties

Vereniging gegeven transducers T, S is er een transducer $T \cup S$ waarvoor geldt

$x[\![T \cup S]\!]y$ desda $x[\![T]\!]y$ of $x[\![S]\!]y$.

Concatenatie gegeven transducers T, S is er een transducer $T \cdot S$ waarvoor geldt

$wx[\![T \cdot S]\!]yz$ desda $w[\![T]\!]y$ en $x[\![S]\!]z$.

Kleene afsluiting gegeven een transducer T is er T^* met de eigenschappen

$\epsilon[\![T^*]\!]\epsilon$; als $w[\![T^*]\!]y$ en $x[\![T]\!]z$, dan $wx[\![T^*]\!]yz$

Compositie gegeven T met input/output alfabet Σ/Γ en S met input/output alfabet Γ/Δ bestaat er een transducer $T \circ S$ met input/output alfabet Σ/Δ;

$[\![T \circ S]\!]$ is de compositie van de rationele relaties $[\![T]\!]$ en $[\![S]\!]$:

$x[\![T \circ S]\!]z$ desda $\exists y \in \Gamma^*$ zo dat $x[\![T]\!]y$ en $y[\![S]\!]z$.

Inversie gegeven T met input/output alfabet Σ/Γ is er T^{-1} over Γ/Σ:

$x[\![T^{-1}]\!]y$ desda $y[\![T]\!]x$

Projectie gegeven een transducer T is er een FSA $\pi_1 T$; $\pi_1 T$ accepteert x desda $\exists y$ waarvoor geldt dat $x[\![T]\!]y$ (zo ook π_2 voor de output projectie).

6. Determinisme

Een belangrijke subklasse zijn de sequentiële (of: deterministische) transducers:

- voor elke toestand $q \in Q$ geldt dat een symbool van het input alfabet Σ hoogstens één overgang vanuit q kan labelen;
- een overgang kan ϵ hebben als output label, maar niet als input label

$\leadsto$ een deterministische transducer heeft hoogstens één pad voor elk gegeven inputrijtje.

7. Gewichten

De overgangen van zowel herkenners als transducers kunnen uitgebreid worden met gewichten. De gewichten zijn elementen van een semiring $(\mathbb{K}, \oplus, \otimes, \overline{0}, \overline{1})$:

- $(\mathbb{K}, \oplus, \overline{0})$ is een commutatieve monoïde met neutraal element $\overline{0}$
- $(\mathbb{K}, \otimes, \overline{1})$ is een (niet noodzakelijk comm) monoïde met neutraal element $\overline{1}$
- $\overline{0} \otimes a = \overline{0} = a \otimes \overline{0}$

Afhankelijk van de toepassing kan er gekozen worden voor een specifieke semiring. Zie het artikel van Mohri voor voorbeelden.