

Tussentoets Inleiding Logica voor CKI, 2012–2013

Educatorium Gamma

Maandag 8 oktober, 13:30–16:30

Deze toets is gesloten boek. De toets bestaat uit 5 opgaven. Alle onderdelen tellen even zwaar. (Ook de bonusopgave, maar die hoeft niet gemaakt te worden om een 10 te behalen.) Lees de vragen steeds goed, en formuleer uw antwoord helder (lever geen kladbladen in). Beargumenteer steeds uw antwoord (een simpel ‘ja’ of ‘nee’ levert geen punten op). Succes!

1. Deze som betreft de syntax van propositielogica en vertalen;

- (a) Geef van ieder van de drie volgende expressies aan of het een formule van de propositielogica (volgens de inductieve definitie van de verzameling FOR) betreft of niet.

$$\top \vee \perp$$

$$(\neg\neg p_0 \leftrightarrow \neg\neg p_1)$$

$$(((\neg\perp \vee p_0) \rightarrow p_1) \leftrightarrow p_2)$$

Zo ja, geef de ontledingboom van de formule, en geef de formule met weglating van zoveel mogelijk haakjes (volgens de voorrangeregels). Zo nee, beargumenteer waarom het geen formule betreft.

- (b) Vertaal de volgende twee zinnen zo goed mogelijk naar formules van de propositielogica. Geef in beide gevallen de vertaalsleutel.

- Als de toets kort is dan is de zaal na drie uur leeg tenzij de opgaven veel werk zijn.
- Mits de PvdA en de VVD het eens worden krijgen we een regering die zowel een bedreiging vormt voor Nederland als een rechts rotbeleid voert.

- (c) Geef een disjunctieve normaalvorm van de formule $\neg(\neg(p_0 \vee p_1) \vee (p_1 \wedge p_2))$

- (d) Geef een recursieve definitie van de functie f van de verzameling formules FOR van de propositielogica naar de verzameling natuurlijke getallen $\mathbb{N}$, die het aantal voorkomens van implicaties en bi-implicaties in een formule bepaalt. Bijvoorbeeld

$$f((\perp \vee p_2)) = 0$$

$$f(((p_0 \rightarrow p_1) \leftrightarrow p_2) \vee (p_0 \rightarrow p_1)) = 3$$

2. Deze som betreft de semantiek van propositielogica en de verbinding met natuurlijke taal;

- (a) Bepaal of de formule $((p_0 \rightarrow p_1) \vee (p_1 \rightarrow p_2)) \vee (p_2 \rightarrow p_0)$ een tautologie is met behulp van een waarheidstafel.
- (b) Stel we zouden de vraag of de formule in het vorige onderdeel een tautologie is willen herleiden tot een (on)vervulbaarheidsvraag. Geef aan welke vraag u dan zou stellen en hoe/waarom het antwoord op die ((on)vervulbaarheids)vraag een antwoord op de oorspronkelijke (tautologie)vraag geeft.
- (c) Geef een Nederlandse zin die een niet-waarheidsdefiniet connectief bevat, en leg uit aan de hand van die zin waarom het connectief niet waarheidsdefiniet is.

3. Deze opgave betreft semantische redeneren en functionele volledigheid;

- (a) Toon aan dat $(p_0 \rightarrow p_1) \rightarrow p_0 \models p_0$. U mag dit doen op een manier naar keuze, maar dient wel iedere door u gemaakte stap/gebruikte definitie te geven.

- (b) Bepaal of de verzameling

$$\{\neg p, \neg q \vee r, p \vee q, \neg r \vee p\}$$

strijdig is of niet.

- (c) Bepaal of

$$p \vee q \not\models q \wedge r$$

- (d) Laat zien dat verzameling connectieven $\{\vee, \neg\}$ functioneel volledig is.

4. Deze opgave betreft natuurlijke deductie;

- (a) Laat zien met natuurlijke deductie dat

$$\vdash \neg(\neg p_0 \wedge p_0)$$

- (b) Laat zien met natuurlijke deductie dat

$$\vdash p_0 \leftrightarrow (p_0 \vee p_0)$$

- (c) Laat zien met natuurlijke deductie dat

$$\vdash (p_0 \rightarrow p_1) \vee (\neg p_0 \rightarrow p_1)$$

5. Deze som betreft de Wason selectie test. Deze test betreft 4 kaarten die een getal aan de voorzijde, en een kleur aan de achterzijde hebben. De Wason selectie test vraagt om in een gegeven situatie van 4 kaarten die naast elkaar op tafel liggen met slechts een van beide zijden zichtbaar, te bepalen welke van de 4 kaarten omgedraaid moet(en) worden om de uitspraak 'als een kaart een even getal aan de voorzijde heeft, dan is de achterzijde van die kaart rood' te kunnen bevestigen.

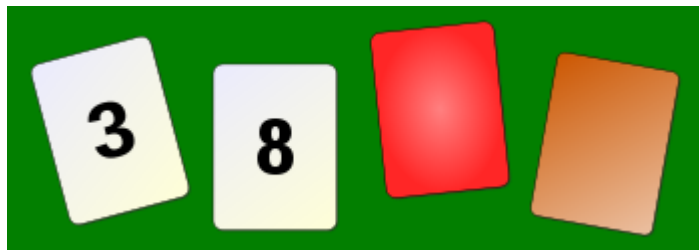
- (a) Gegeven de volgende vertaalsleutel (met i tussen 1 en 4)

p_i = het getal op de voorzijde van de i -de kaart (vanaf links) is even

q_i = de achterzijde van de i -de kaart (vanaf links) is rood

Geef een formule die correspondeert met de uitspraak van de Wason selectie test.

Beschouw vervolgens de concrete situatie:



Met welke toekenning van waarheidswaarden aan de propositievariabelen (als in het vorige onderdeel) correspondeert deze situatie?

- (b) Laat zien (op een manier naar keuze) dat de toekenning van waarheidswaarden als in het vorige onderdeel niet voldoende is om de (on)waarheid van de formule te bepalen, en bepaal aan welke propositievariabelen ook waarheidswaarden toegekend moeten worden (en welke waarden dat dienen te zijn) om er zeker van te kunnen zijn dat de formule waar is.

- (Bonus) Laat zien dat de formule $(\perp \rightarrow q_1) \wedge (p_4 \rightarrow \perp)$ contingent is door de Herbrand normaalvorm van deze formule te bepalen.