1/2

naam en voorletters: K. van Rooyen
(indien gehuwd, meisjesnaam)

geb. datum: 20-06-1994

reg. nr. collegekaart [redacted]

tentamen: Logica

datum: 7-10-13

studierichting: CKI

jaar/groep: 1

cijfer:

Universiteit Utrecht

Faculteit Geesteswetenschappen

1	2	3	4	5	B	Σ
14	18	14	17	14	6	83

1a ~~a~~ f = frodo heeft de ring
g = gollum heeft de ring
b = bilbo heeft de ring
s = sméagol heeft de ring

6

i ~~$(f \vee g \vee b \vee s)$~~ $f \vee g \vee b \vee s$

ii ~~$\neg(f \wedge g \wedge b)$~~ $\neg((f \wedge g) \vee (f \wedge b) \vee (g \wedge b))$

iii $(\neg s) \rightarrow (\neg f \wedge \neg b)$

iv $s \leftrightarrow g$

hoe uit [illegible]?

b als f, dan niet g, dan niet s, dan niet f ↯
als g, ~~dan s~~ dan niet f, niet b en wel s
als b, dan ~~geen~~ niet g, dus niet s, dus niet b.
als s, dan g, dan niet f en niet b.
dus de enige mogelijkheid is
f = 0, g = 1, b = 0, s = 1.

2

4 [illegible]

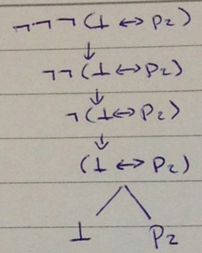
c Als een voegteken waarheidsdefiniet is ligt de waarheid van de propositie, die ontstaat door twee deelproposities samen te voegen met dat voegteken, vast door de waarheid van de deelproposities.

6

Wel: Ik ben een man en ik heet Kees
niet: Ik ben een man omdat ik Kees heet
of de stoep is nat omdat het regent.
Bij de eerste is de hele zin ~~on~~ onwaar, ookal zijn de deelproposities waar, bij de tweede is de hele zin waar, en beide deelproposities ook.

262.

2a i Ja,

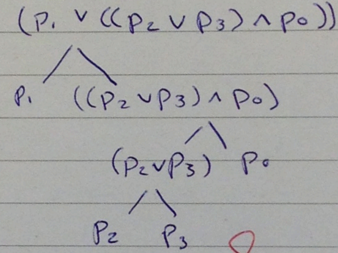


$\neg\neg\neg(\bot\leftrightarrow p_2)$

ii Die niet, er is geen regel waarbij ';' in gevoerd kan worden, dus hij bestaat niet in FOR.

6

iii Ja.



$p_1 \vee ((p_2 \vee p_3)\wedge p_0)$

b $\neg((p_0\wedge p_1)\vee(p_2\wedge p_3))$ Eq

$\neg(p_0\wedge p_1)\wedge\neg(p_2\wedge p_3)$ Eq

6

$(\neg p_0 \vee \neg p_1)\wedge(\neg p_2\vee\neg p_3)$ Eq

$(\neg p_0 \wedge \neg p_2)\vee(\neg p_0\wedge\neg p_3)\vee(\neg p_1\wedge\neg p_3)\vee(\neg p_1\wedge\neg p_2)$

c i $f(p_i)=x$

ii $f(\bot)=x$

6

iii $f(\neg A)=x\,f(A)$

iv $f((A\square B))=xx\,f(A)f(B)$

6

$f(p_2)=x$ (i)

$f(\bot)=x$ (i)

$f(\neg\neg\neg p_1)\underset{iii}{=}x\,f(\neg\neg p_1)\underset{iii}{=}xx\,f(\neg p_1)\underset{iii}{=}xxx\,f(p_i)\underset{i}{=}xxxx$

$f((\bot\vee p_0))\underset{iv}{=}xxx\,f(\bot)f(p_0)\underset{ii}{=}xxxx\,f(p_0)\underset{i}{=}xxxxx$

3 a een redeneerschema A/B is geldig dan en slechts dan als ~~de waarheid van A ... waarheid~~ B waar is als A waar is.

5

p	q	r	q∨r	p∧(q∨r)	q∧p	(q∧p)→⊥	r→q
0	0	0	0	0	0	1	1
0	0	1	1	0	0	1	0
0	1	0	1	0	0	1	0
0	1	1	1	0	0	1	1
1	0	0	0	0	0	1	1
1	0	1	1	1	0	1	0
1	1	0	1	1	1	0	0
1	1	1	1	1	1	0	1

Alleen in de met een pyl aangegeven ry zyn $p \wedge (q \vee r)$ en $(q \wedge p) \to \bot$ waar, en daar is ook $r \to q$ waar, dus R is geldig.

b. $\models p \wedge (q \vee r)$ desda $\models p$ en $\models (q \vee r)$ (sem ∧?)

3

$\models (q \wedge p) \to \bot$ desda $\not\models (q \wedge p)$ (sem ⊥)

$\models (q \wedge p)$ desda $\models p$ en $\models q$.

stel $\models q$, dan $\models (q \wedge p)$ dus niet $\models (q \wedge p) \to \bot$, ↯

$\models (q \vee r)$ desda $\models q$ of $\models r$, $\not\models q$ dus $\models r$

dus $\not\models q$ en $\models r$, dus $\models r \to q$

Waar leidt dit toe? (antwoord op de vraag?)

c. De vraag of R geldig is is gelyk aan de vraag of $((p \wedge (q \vee r)) \wedge ((q \wedge p) \to \bot)) \to (r \to q)$ een tautologie is. Die vraag is gelyk aan de vraag of

6

A= $\neg(((p \wedge (q \vee r)) \wedge ((q \wedge p) \to \bot)) \to (r \to q))$ niet vervulbaar is. Dus R is geldig desda A is niet vervulbaar.

4.

4a

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{p_0 \wedge p_1}{p_0}\,{\scriptstyle \wedge E} \qquad \dfrac{p_2 \wedge \neg p_0}{\neg p_0}\,{\scriptstyle \wedge E}}{\bot}\,{\scriptstyle \neg E}}{p_3}\,{\scriptstyle \bot E}$$

6

Met de aannames $(p_0 \wedge p_1)$ en $(p_2 \wedge \neg p_0)$ kan de conclusie p_3 worden bereikt.

b

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{\neg(p_0 \vee p_1) \qquad \dfrac{[p_0]^1}{(p_0 \vee p_1)}\,{\scriptstyle \vee I}}{\bot}\,{\scriptstyle \neg E}}{\neg p_0}\,{\scriptstyle \neg I\ 1} \qquad \dfrac{\dfrac{\neg(p_0 \vee p_1) \qquad \dfrac{[p_1]^2}{(p_0 \vee p_1)}\,{\scriptstyle \vee I}}{\bot}\,{\scriptstyle \neg E}}{\neg p_1}\,{\scriptstyle \neg I\ 2}}{(\neg p_1 \wedge \neg p_0)}\,{\scriptstyle \wedge I}$$

6

De enige niet weggestreepte aanname is $\neg(p_0 \vee p_1)$, de conclusie $(\neg p_1 \wedge \neg p_0)$.

c

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{[\neg p_1]^2 \qquad \dfrac{\dfrac{[p_0]^3\,[p_1]^1}{p_0 \wedge p_1}\,{\scriptstyle \wedge I}}{p_1}\,{\scriptstyle \wedge E}}{\bot}\,{\scriptstyle \neg E}}{p_0}\,{\scriptstyle \bot E}}{p_1 \to p_0}\,{\scriptstyle \to I(1)}}{(\neg p_1) \to (p_1 \to p_0)}\,{\scriptstyle \to I(2)}}{p_0 \to (\neg p_1 \to (p_1 \to p_0)).}\,{\scriptstyle \to I(3)}$$

6

5.

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{[p_1]^1\,[p_0]^3}{p_1 \wedge p_0}\,{\scriptstyle \wedge I}}{p_0}\,{\scriptstyle \wedge E} \qquad [\neg p_1]^2}{p_0 \wedge \neg p_1}\,{\scriptstyle \wedge I}}{p_0}\,{\scriptstyle \wedge E}}{(p_1 \to p_0)}\,{\scriptstyle \to I\,1}}{(\neg p_1 \to (p_1 \to p_0))}\,{\scriptstyle \to I\,2}}{(p_0 \to (\neg p_1 \to (p_1 \to p_0)))}\,{\scriptstyle \to I\,3}$$

zie volgend blad

Universiteit Utrecht

Faculteit Geesteswetenschappen

naam en voorletters: K. van Rooijen
(indien gehuwd, meisjesnaam)

geb. datum: 20-06-1994

tentamen: Logica

datum: 7-10-13

studierichting: CKI

reg. nr. collegekaart [redacted]

jaar/groep: 1

cijfer:

2/2

5a i

p_0	$p_0 \to p_0$	$(p_0 \to p_0) \to \bot$
0	1	0
1	1	0

contradictie

5 ii

p_0	$p_0 \to \bot$	$p_0 \to (p_0 \to \bot)$
0	1	1
1	0	0

hoe?

contingente formule

6

~~p~~	~~q~~	~~r~~	~~$\neg q \vee r$~~	~~$p \vee q$~~	~~$\neg r \vee p$~~
~~1~~	~~0~~	~~0~~	~~1~~	~~1~~	~~1~~
~~1~~	~~0~~	~~1~~	~~1~~	~~1~~	~~1~~
~~1~~	~~1~~	~~0~~	~~0~~	~~1~~	~~1~~
[illegible]	~~1~~	~~1~~	~~1~~	~~1~~	~~1~~

4

~~Een verzameling is strijdig als er twee formules~~

De waarheidstoekenning $v(p)=1, v(r)=1, v(q)=1$ maakt alle formules waar, het is dus niet strijdig.

Ok, maar laten zien...

c. Als $\vdash p \wedge \neg p$ dan ook $\models p \wedge \neg p$. Maar dan moet $p \wedge \neg p$ een tautologie zijn, maar voor bijv $p=1$ geldt $\neg p = 0$ dus $v(p \wedge \neg p) = 0$. tegenspraak, dus $\nvdash p \wedge \neg p$.

5

d. Het bevat geen voegteken voor twee variabelen. ~~en daarom~~

~~De basisformules zijn van de vorm p_0 of $\bot$, en de enige bewerking die kan worden gedaan is ~~[illegible]~~ van formule A ¬A maken. ~~dus~~ Maar omdat ¬¬A semantisch gelijk is aan A, zijn er maar vier verschillende waarheidstabellen te maken: p_0, $\neg p_0$, $\bot$, $\neg\bot$. Als dan twee variabelen worden gebruikt zijn dat niet alle waarheids~~

202

6

Bekijk:

p	q	$\neg p$	$\neg q$	$\bot$	$\neg\bot$
0	0	1	1	0	1
0	1	1	0	0	1
1	0	0	1	0	1
1	1	0	0	0	1

Omdat $\neg\neg A$ = semantisch gelijk is aan A zijn dit alle verschillende waarheidstabellen. Dat zijn er geen 16, dus is het niet functioneel volledig.

Of met andere woorden, de waarheidstabel van bijvoorbeeld $p \wedge q$ is afhankelijk van p én q, terwijl formules met $\{\bot, \neg\}$ van 1 variabele afhankelijk zijn

Maar

p	$p \wedge q$
0	0
1	0/1

en

q	$p \wedge q$
0	0
1	0/1

Dus is er nooit zo'n formule te maken.