Blad 1/3

Universiteit Utrecht

Faculteit Geesteswetenschappen

naam en voorletters: (indien gehuwd, meisjesnaam) Vogels, H.R. (Hester)

geb. datum: 05/08/1993

reg. nr. collegekaart [redacted]

tentamen: Inleiding logica

datum: 7 oktober 2013

studierichting: Wiskunde

jaar/groep: 4ejaars werkcollegegroep Marielle

cijfer:

1	2	3	4	5	B	Σ
17	18	18	17	18	3	91

1 a) (i) Vertaalsleutel:

p: Frodo heeft de Ring.
q: Gollum heeft de Ring.
r: Bilbo heeft de Ring
s: Sméagol heeft de Ring

De formule wordt: $((p \vee q) \vee r) \vee s$

6

(ii) Dezelfde vertaalsleutel als bij (i).
De formule wordt: $(\neg p \wedge \neg q \wedge \neg r) \vee (p \wedge \neg q \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge q \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge r)$

(iii) Dezelfde vertaalsleutel als bij (i).
De formule wordt: $\neg s \rightarrow (\neg p \wedge \neg r)$

(iv) Dezelfde vertaalsleutel als bij (i).
De formule wordt: $s \leftrightarrow q$

b) We zoeken een valuatie V waarvoor geldt $V \models ((p \vee q) \vee r) \vee s$, $V \models (\neg p \wedge \neg q \wedge \neg r) \vee (p \wedge \neg q \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge q \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge r)$, $V \models \neg s \rightarrow (\neg p \wedge \neg r)$ en $V \models s \leftrightarrow q$.

6

$V \models s \leftrightarrow q$ desda ① ($V \models s$ en $V \models q$) of ② ($V \not\models s$ en $V \not\models q$) (sem $\leftrightarrow$)

$V \models \neg s \rightarrow (\neg p \wedge \neg r)$ desda $V \not\models \neg s$ of/en $V \models (\neg p \wedge \neg r)$ (sem $\rightarrow$)

$V \not\models \neg s$ desda $V \models s$ (sem $\neg$)

$V \models \neg p \wedge \neg r$ desda $V \models \neg p$ en $V \models \neg r$

Dus ③ ($V \models s$ en/of $V \models \neg p$ en $V \models \neg r$)

$V \models ((p \vee q) \vee r) \vee s$ desda (sem $\vee$) ④ ($V \models p$ of $V \models q$ of $V \models r$ of $V \models s$)

$V \models (\neg p \wedge \neg q \wedge \neg r) \vee (p \wedge \neg q \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge q \wedge \neg r) \vee (\neg p \wedge \neg q \wedge r)$ desda (sem $\vee$)

$V \models \neg p \wedge \neg q \wedge \neg r$ of $V \models p \wedge \neg q \wedge \neg r$ of $V \models \neg p \wedge q \wedge \neg r$ of $V \models \neg p \wedge \neg q \wedge r$

$V \models \neg p \wedge \neg q \wedge \neg r$ desda (sem $\wedge$) $V \models \neg p$ en $V \models \neg q$ en $V \models \neg r$, dus (sem $\neg$)

⑤ ($V \not\models p$ en $V \not\models q$ en $V \not\models r$. of

Op dezelfde manier volgt uit de andere drie met (sem $\wedge$) en (sem $\neg$) $V \models p$ en $V \not\models q$ en $V \not\models r$

of $V \not\models p$ en $V \models q$ en $V \not\models r$ of $V \not\models p$ en $V \not\models q$ en $V \models r$)

In de rondjes staan de belangrijke uitkomsten en die heb ik nummers gegeven.
Stel we kiezen bij ③ $\boxed{V \models s}$ Dan volgt uit ① dat $\boxed{V \models q}$ Dan hebben we ook aan ④ voldaan.
Aangezien $V \models q$ volgt uit ⑤ dat $\boxed{V \not\models p}$ en $\boxed{V \not\models r}$
We hebben nu een valuatie V die voldoet. 2 ?
Sméagol en Gollum hebben de Ring.
Ik check nog of een andere keuze bij ③ leidt tot een eventuele andere V.
Stel we hebben $V \models \neg p$ en $V \models \neg r$. Dan (sem $\neg$) $V \not\models p$ en $V \not\models r$. Dan volgt uit ⑤ dat $V \not\models q$ of $V \models q$.
Stel dat $V \not\models q$, dan ook $V \not\models s$ (②). Maar dan geldt ④ niet meer. Dus $V \models q$. En dus $V \models s$. Zo komen we op dezelfde valuatie als net.
Sméagol en Gollum hebben de ring.

c) Een voegteken is waarheidsdefiniet als het voegteken geen invloed heeft op de waarheidswaarde van de zin. ?
De waarheidswaarde van de samengestelde zin moet alléén afhangen van de waarheidswaarde van de ~~ord~~ onderdelen zelf (dus niet van het voegteken).

5

Voorbeeld van een zin met een waarheidsdefiniet voegteken:
"Hester maakt een tentamen en Franziska maakt een tentamen."
Voegteken is 'en'. De waarheidswaarde van deze zin hangt alleen af van de twee onderdelen.

Voorbeeld van een zin met een niet-waarheidsdefiniet voegteken:
"Ik ben nat, omdat het regent."
Voegteken is 'omdat'. De waarheidswaarde van deze zin hangt niet alleen af van de twee onderdelen want het kan zijn dat ik nat ben omdat ik onder de douche sta, terwijl het buiten regent. Dat maakt de zin dan niet waar, terwijl de onderdelen wel waar zijn.

2.a) $\boxed{\neg\neg\neg(\bot \leftrightarrow p_2)}$

Ja, dit is een formule, want $\bot \in FOR$ (2), $p_2 \in FOR$ (1), $(\bot \leftrightarrow p_2) \in FOR$ (4), $\neg(\bot \leftrightarrow p_2) \in FOR$ (3), $\neg\neg(\bot \leftrightarrow p_2) \in FOR$ (3) en $\neg\neg\neg(\bot \leftrightarrow p_2) \in FOR$ (3)

Ontleedboom:

$\neg\neg\neg(\bot \leftrightarrow p_2)$
|
$\neg\neg(\bot \leftrightarrow p_2)$
|
$\neg(\bot \leftrightarrow p_2)$
|
$\bot \leftrightarrow p_2$
/ \
$\bot$ p_2

6

Volgens de voorrangregels is $\neg$ sterker dan $\leftrightarrow$, maar het feit dat hier haakjes staan betekent dat $\leftrightarrow$ eerst moet. Die laat ik dus staan en de formule blijft $\neg\neg\neg(\bot \leftrightarrow p_2)$.

$\boxed{:-)}$

Nee, dit is geen formule. De tekens : en - zijn geen tekens die bij het alfabet van de propositielogica horen. Bovendien moet elke formule een even aantal haakjes bevatten.

$\boxed{(p_1 \vee ((p_2 \vee p_3) \wedge p_0))}$

Ja, dit is een formule, want $p_0 \in FOR$, $p_1 \in FOR$, $p_2 \in FOR$ en $p_3 \in FOR$ (1), $(p_2 \vee p_3) \in FOR$ (4), $((p_2 \vee p_3) \wedge p_0) \in FOR$ (4) en $(p_1 \vee ((p_2 \vee p_3) \wedge p_0)) \in FOR$ (4)

Ontleedboom:

$(p_1 \vee ((p_2 \vee p_3) \wedge p_0))$
/ \
p_1 $(p_2 \vee p_3) \wedge p_0$
/ \
$p_2 \wedge p_3$ p_0
/ \
p_2 p_3

Volgens de voorrangregels zijn $\wedge$ en $\vee$ even sterk. De binnenste haakjes betekenen dat $\vee$ eerst moet, die laat ik dus staan. Ik kan alleen de buitenste haakjes weglaten. Dan krijg ik:

$p_1 \vee ((p_2 \vee p_3) \wedge p_0)$

b) Ik moet een disjunctieve normaalvorm van de formule $\neg((p_0 \wedge p_1) \vee (p_2 \wedge p_3))$ vinden. Daarvoor gebruik ik de substitutieregels.

$\neg((p_0 \wedge p_1) \vee (p_2 \wedge p_3))$ $\neg(A \vee B)$ Eq $\neg A \wedge \neg B$

6 $\neg(p_0 \wedge p_1) \wedge \neg(p_2 \wedge p_3)$ $\neg(A \wedge B)$ Eq $\neg A \vee \neg B$

$(\neg p_0 \vee \neg p_1) \wedge (\neg p_2 \vee \neg p_3)$ $A \wedge (B \vee C)$ Eq $(A \wedge B) \vee (A \wedge C)$

$((\neg p_0 \vee \neg p_1) \wedge \neg p_2) \vee ((\neg p_0 \vee \neg p_1) \wedge \neg p_3)$ $A \wedge (B \vee C)$ Eq $(A \wedge B) \vee (A \wedge C)$

$(\neg p_0 \wedge \neg p_2) \vee (\neg p_1 \wedge \neg p_2) \vee (\neg p_0 \wedge \neg p_3) \vee (\neg p_1 \wedge \neg p_3)$

Dit is een disjunctieve normaalvorm.

c) De recursieve definitie van de functie f:

1. $f(p_i) := x$ voor alle i;
2. $f(\bot) := x$;
3. $f(\neg A) := x f(A)$;
4. $f((A \square B)) := x f(A) x f(B) x$;

6

Nu proberen we de voorbeelden uit:

$f(p_2) = x$ (1)

$f(\bot) = x$ (2)

$f(\neg\neg\neg p_1) \overset{(3)}{=} x f(\neg\neg p_1) \overset{(3)}{=} xx f(\neg p_1) \overset{(3)}{=} xxx f(p_1) \overset{(1)}{=} xxxx$

$f((\bot \vee p_0)) \overset{(4)}{=} x f(\bot) x f(p_0) x \overset{(2)}{=} xxx f(p_0) x \overset{(1)}{=} xxxxx$

Dus de definitie levert de goede uitkomsten.

Blad 2/3

Universiteit Utrecht

Faculteit Geesteswetenschappen

naam en voorletters: Vogels, H.R. (Hester)
(indien gehuwd, meisjesnaam)

geb. datum: 05/08/1993

reg. nr. collegekaart [redacted]

tentamen: Inleiding Logica

datum: 7 oktober 2013

studierichting: Wiskunde

jaar/groep: 4e jaars Werkcollegegroep Mariëlle

cijfer:

3 a) Een redeneerschema Γ / A is geldig als $\Gamma \vDash A$, oftewel als voor alle V geldt: als $V \vDash \Gamma$ dan ook $V \vDash A$. Dus een redeneerschema is geldig als geldt dat als de premissen waar zijn, dat de conclusie dan ook waar is.

6

p	q	r		p	∧	(q	∨	r)	(q	∧	p)	→	⊥		r	→	q
1	1	1	V_1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0		1	1	1
1	1	0	V_2	1	1	1	1	0	1	1	1	0	0		0	1	1
1	0	1	V_3	1	1	0	1	1	0	0	1	1	0	*	1	0	0 ←
1	0	0	V_4	1	0	0	0	0	0	0	1	1	0		0	1	0
0	1	1	V_5	0	0	1	1	1	1	0	0	1	0		1	1	1
0	1	0	V_6	0	0	1	1	0	1	0	0	1	0		0	1	1
0	0	1	V_7	0	0	0	1	1	0	0	0	1	0		1	0	0
0	0	0	V_8	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0		0	1	0

In de waarheidstafel staan de waarheidswaarden van de formules in de vierkante blokken. Er is maar één valuatie, namelijk V_3, waarvoor de twee premissen waar zijn. Maar de valuatie V_3 maakt niet de conclusie waar. Dus er is een V te vinden (namelijk V_3) waarvoor geldt $V \vDash \Gamma$ maar $V \nvDash A$. Dus er geldt niet dat voor alle V dat $V \vDash \Gamma$ dan ook $V \vDash A$. Dus de redenering R is ongeldig.

b) De redenering R is ongeldig desda er een V te vinden is waarvoor geldt dat $V \vDash p \wedge (q \vee r)$ en $V \vDash (q \wedge p) \to \bot$, maar $V \nvDash r \to q$.

6

$V \vDash p \wedge (q \vee r)$ desda (sem ∧) $V \vDash p$ [1] en $V \vDash q \vee r$. $V \vDash q \vee r$ desda (sem ∨) $V \vDash q$ of $V \vDash r$. [2]

$V \vDash (q \wedge p) \to \bot$ desda (sem →) $V \nvDash q \wedge p$ en/of $V \vDash \bot$. Maar $V \nvDash \bot$ (sem ⊥) dus moet gelden $V \nvDash q \wedge p$. $V \nvDash q \wedge p$ desda (sem ∧) $V \nvDash p$ en/of $V \nvDash q$ [3]

$V \nvDash r \to q$ desda (sem →) $V \vDash r$ en $V \nvDash q$ [4]

In de rondjes staan de belangrijke uitkomsten en die heb ik nummers gegeven.

Uit ① volgt dat sowieso $\boxed{V \models p}$. Dan volgt uit ③ dat $\boxed{V \not\models q}$. Dan volgt uit ② dat $\boxed{V \models r}$. En dan klopt ook ④. 6

Dus we hebben een valuatie V gevonden, namelijk $V(p) = V(r) = 1$ en $V(q) = 0$, zodat $V \models p \wedge (q \vee r)$ en $V \models (q \wedge p) \to \bot$, maar $V \not\models r \to q$. Dat is een tegenvoorbeeld. Dus de redenering R is ongeldig.

c) We zoeken een formule A die vervulbaar is desda R geldig is.

R is geldig desda $p \wedge (q \vee r), (q \wedge p) \to \bot \models r \to q$.

Ik weet dat R ongeldig is desda $(p \wedge (q \vee r)) \wedge ((q \wedge p) \to \bot) \wedge \neg(r \to q)$ vervulbaar is.

Ik weet ook dat R geldig is desda $(p \wedge (q \vee r)) \wedge ((q \wedge p) \to \bot) \wedge \neg(r \to q)$ strijdig is. 6

6 Maar ik kan geen formule A vinden die vervulbaar is desda R geldig is.

Het is dus zo dat voor een redenatie $R : \Gamma / B$ geldt:

$\Gamma \cup \neg B$ vervulbaar $\Leftrightarrow$ R ongeldig

$\Gamma \cup \neg B$ strijdig $\Leftrightarrow$ R geldig. $\neg(\Gamma \to B)$

Maar het is niet zo dat:

$\neg(\Gamma \cup \neg B)$ vervulbaar $\Leftrightarrow$ R geldig

want $\neg(\Gamma \cup \neg B)$ vervulbaar $\not\Leftrightarrow$ $\Gamma \cup \neg B$ strijdig.

Bijv.

p	q	A	$\neg A$
1	1	1	0
0	1	1	0
1	0	0	1
0	0	1	0

waarbij A is $p \to q$. Nu is A vervulbaar en $\neg A$ ook vervulbaar.

Dus ik kan het woord 'vervulbaar' niet koppelen aan het woord 'geldig' (wel aan het woord 'ongeldig'), maar misschien denk ik in de verkeerde richting...

4 a)

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{p_0 \wedge p_1}{p_0}\wedge E \qquad \dfrac{p_2 \wedge \neg p_0}{\neg p_0}\wedge E}{\perp}\neg E}{p_3}\perp E$$

~~Met behulp van ⊥-eliminatie~~

We hebben ~~de~~ de hypothese $p_0 \wedge p_1$. M.b.v. $\wedge$-eliminatie leiden we p_0 af. We hebben de hypothese $p_2 \wedge \neg p_0$. M.b.v. $\wedge$-eliminatie leiden we $\neg p_0$ af. Nu hebben we p_0 en $\neg p_0$. M.b.v. $\neg$-eliminatie leiden we $\perp$ af. M.b.v. $\perp$-eliminatie leiden we p_3 af.

Dus p_3 is afleidbaar dus $p_0 \wedge p_1,\ p_2 \wedge \neg p_0 \vdash p_3$.

6

b)

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{\neg(p_0 \vee p_1) \qquad \dfrac{[p_1]^1}{p_0 \vee p_1}\vee I}{\perp}\neg E}{\neg p_1}\neg I^1 \qquad \dfrac{\dfrac{\neg(p_0 \vee p_1) \qquad \dfrac{[p_0]^2}{p_0 \vee p_1}\vee I}{\perp}\neg E}{\neg p_0}\neg I^2}{\neg p_1 \wedge \neg p_0}\wedge I$$

6

We gebruiken de extra hypothesen $[p_1]^1$ en $[p_0]^2$. Deze komen uit $\neg$-introductie onderaan de boom. We hebben de hypothese $\neg(p_0 \vee p_1)$ en $p_0 \vee p_1$ (volgt uit $\vee$-introductie van $[p_1]^1$). M.b.v. $\vee$-eliminatie volgt $\perp$. Falsum i.c.m de extra hypothese $[p_1]^1$ levert m.b.v. $\neg$-introductie dat $\neg p_1$.

Aan de rechterkant hebben we $[p_0]^2$. Uit $\vee$-introductie volgt $p_0 \vee p_1$. I.c.m. de hypothese $\neg(p_0 \vee p_1)$ en m.b.v. $\neg$-eliminatie volgt $\perp$. Falsum i.c.m. de extra hypothese $[p_0]^2$ levert m.b.v. $\neg$-introductie dat $\neg p_0$.

Nu hebben we $\neg p_1$ en $\neg p_0$. M.b.v. $\wedge$-introductie volgt $\neg p_1 \wedge \neg p_0$. Dus $\neg p_1 \wedge \neg p_0$ is afleidbaar uit de hypothese $\neg(p_0 \vee p_1)$, dus $\{\ \neg(p_0 \vee p_1) \vdash (\neg p_1 \wedge \neg p_0)$

c) De eerste:

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{\dfrac{[\neg p_1]^2 \qquad [p_1]^3}{\perp}\neg E}{p_0}\perp E}{p_1 \to p_0}\to I^3}{\neg p_1 \to (p_1 \to p_0)}\to I^2}{p_0 \to (\neg p_1 \to (p_1 \to p_0))}\to I^1$$

vervolg 4c)

We gebruiken de extra hypothesen $[\neg p_1]^2$ en $[p_1]^3$. Deze komen uit $\rightarrow$-introductie onderaan de boom.
Uit $[\neg p_1]^2$ en $[p_1]^3$ volgt m.b.v. $\neg$-eliminatie ~~dat~~ $\perp$.
Uit $\perp$ kunnen we afleiden m.b.v. $\perp$-eliminatie dat p_0.
p_0 i.c.m. de aanname $[p_1]^3$ en $\rightarrow$Introductie leidt tot $p_1 \rightarrow p_0$.
$p_1 \rightarrow p_0$ i.c.m. de aanname $[\neg p_1]^2$ en $\rightarrow$Introductie leidt tot $\neg p_1 \rightarrow (p_1 \rightarrow p_0)$.
$\neg p_1 \rightarrow (p_1 \rightarrow p_0)$ i.c.m. de (niet gebruikte) aanname $[p_0]^1$ en $\rightarrow$ introductie leidt tot $p_0 \rightarrow (\neg p_1 \rightarrow (p_1 \rightarrow p_0))$. Dus $p_0 \rightarrow (\neg p_1 \rightarrow (p_1 \rightarrow p_0))$ kunnen we afleiden uit niets, dus $\vdash (p_0 \rightarrow (\neg p_1 \rightarrow (p_1 \rightarrow p_0)))$

Tweede:

$p_0 \rightarrow (\neg p_1 \rightarrow (p_1 \rightarrow p_0))$ is equivalent met $(p_0 \wedge \neg p_1 \wedge p_1) \rightarrow p_0$
Dus we ~~hoeven alleen~~ laten zien dat $\vdash ((p_0 \wedge \neg p_1 \wedge p_1) \rightarrow p_0)$

5

$$\dfrac{\dfrac{[p_0 \wedge \neg p_1 \wedge p_1]}{p_0}\wedge E}{(p_0 \wedge \neg p_1 \wedge p_1) \rightarrow p_0}\rightarrow I$$

of dit mag [illegible] v.d. haakjes of [illegible] is waar maar [illegible] niet toegestaan
$p_0 \wedge (\neg p_1 \wedge p_1)$ (ok)
of $(p_0 \wedge \neg p_1) \wedge p_1$ (ook)

We gebruiken de aanname $[p_0 \wedge \neg p_1 \wedge p_1]$. M.b.v. $\wedge$-eliminatie volgt p_0. We hebben dus uit de aanname $[p_0 \wedge \neg p_1 \wedge p_1]$ p_0 afgeleid en met behulp van $\rightarrow$-introductie volgt dat $(p_0 \wedge \neg p_1 \wedge p_1) \rightarrow p_0$.
Oftewel $p_0 \rightarrow (\neg p_1 \rightarrow (p_1 \rightarrow p_0))$.
Dus $p_0 \rightarrow (\neg p_1 \rightarrow (p_1 \rightarrow p_0))$ kunnen we afleiden uit niets, dus $\vdash (p_0 \rightarrow (\neg p_1 \rightarrow (p_1 \rightarrow p_0)))$

5 a) i)

p_0	$\perp$	$(p_0$	$\rightarrow$	$p_0)$	$\rightarrow$	$\perp$
1	0	1	1	1	0	0
0	0	0	1	0	0	0

6

$p_0 \rightarrow p_0$ is altijd waar, want uit p_0 volgt altijd p_0. $\perp$ is echter altijd onwaar. Daaruit volgt dat $(p_0 \rightarrow p_0) \rightarrow \perp$ altijd onwaar is.
Dus de formule is een contradictie.
(altijd = voor alle mogelijke valuaties V)

Blad 3/3

Universiteit Utrecht

Faculteit Geesteswetenschappen

naam en voorletters: Vogels, H.R. (Hester)
(indien gehuwd, meisjesnaam)

geb. datum: 05/08/1993

reg. nr. [redacted]
collegekaart

tentamen: Inleiding Logica

datum: 7 oktober 2013

cijfer:

studierichting: Wiskunde

jaar/groep: 4e jaars
werkgroep Marielle

Vervolg 5 a)

(ii)

p_0	$\bot$	p_0	$\rightarrow$	$(p_0 \rightarrow \bot)$
1	0	1	0	1 0 0
0	0	0	1	0 1 0

$p_0 \rightarrow \bot$ is waar als p_0 onwaar is, want $\bot$ is altijd onwaar.
$p_0 \rightarrow (p_0 \rightarrow \bot)$ is waar als p_0 onwaar is, want $p_0 \rightarrow \bot$ is onwaar als p_0 waar is.
Dus de formule is waar als p_0 onwaar is, en onwaar als p_0 waar is.
Dus het is een contingentie.

b) We moeten bepalen of de verzameling $\{p, \neg q \vee r, p \vee q, \neg r \vee p\}$ strijdig is.
Daarvoor proberen we een valuatie V te vinden waarvoor $V \models p$, $V \models \neg q \vee r$, $V \models p \vee q$ en $V \models \neg r \vee p$. Komen we op tegenspraak, dan is de verzameling strijdig.
We hebben dus sowieso dat $\boxed{V \models p}$ ①
~~$V \not\models q$ (sem ¬)~~
$V \models \neg q \vee r$ desda (sem ∨) $V \models \neg q$ of $V \models r$ ②
$V \models p \vee q$ desda (sem ∨) $V \models p$ of $V \models q$ ③
$V \models \neg r \vee p$ desda (sem ∨) $V \models \neg r$ of $V \models p$. $V \models \neg r$ desda (sem ¬) $V \not\models r$. Dus $V \not\models r$ of $V \models p$ ④

6

Uit ① en ③ volgt dat $V \models q$ of $V \not\models q$. Stel we nemen $V \not\models q$, dan volgt uit ② dat $V \models r$ of $V \not\models r$. In beide gevallen is ④ waar want sowieso $V \models p$.
Stel we nemen $V \models q$. bij ③ Dan moet gelden $V \models r$. ② Dan moet gelden $V \models p$ ④, en dat geldt ①.
Dus we hebben ~~twee~~ meerdere valuaties V gevonden waarvoor alle formules uit de verzameling waar zijn (een voorbeeld van zo'n V is $V(p) = V(q) = V(r) = 1$). Dus ~~de~~ we komen niet op tegenspraak, dus de verzameling $\{p, \neg q \vee r, p \vee q, \neg r \vee p\}$ is niet strijdig (wel vervulbaar).

5 c) We moeten laten zien dat $\nvdash p \wedge \neg p$. voor Natuurlijke Deductie
Vanwege de correctheids/volledigheids-stelling kunnen we laten zien dat $\nvDash p \wedge \neg p$.
We kunnen dus laten zien dat $p \wedge \neg p$ een contradictie is.

6

p	$\neg p$	p	$\wedge$	$\neg p$
1	0	1	$\boxed{0}$	0
0	1	0	$\boxed{0}$	1

De formule $p \wedge \neg p$ is inderdaad een contradictie.
Dus $\nvdash p \wedge \neg p$.

Bonus

Met $\bot$ en $\neg$ hebben we alleen een propositie die altijd onwaar is ($\bot$) en een teken dat van een ware propositie een onware propositie maakt.
We hebben ook tekens nodig die proposities met elkaar kunnen combineren, zoals $\vee$ en $\wedge$.
Bijvoorbeeld de verzameling $\{\neg, \vee\}$ is wel functioneel volledig, omdat we uit de tekens $\neg$ en $\vee$ het $\wedge$-teken kunnen maken. Met alleen $\bot$ en $\neg$ gaat dat niet lukken. ok maar waar?
3 In feite heb je dan alleen regel 1 t/m 3 van de FOR-definitie.
Zonder één van de tekens uit regel 4 kun je nooit een oneindige verzameling formules genereren.

$p_0\ \neg p_0\ \neg\neg p_0\ \neg\neg\neg p_0$ — ?