9,8

Inleveropgave, Inleiding Logica

Rens van Vliet, [illegible]

21 oktober 2013

Predikatenlogica

Hoofdstuk 4

5 Vertaal de onderstaande zinnen zo nauwkeurig mogelijk in de taal van de predikatenlogica. Vergeet de vertaalsleutel niet. (Discussiedomein = de verzameling van alle filosofen):

Aangezien het discussiedomein de verzameling van alle filosofen is, kunnen we alleen eigenschappen van filosofen en relaties tussen filosofen vertalen als predikaten. We nemen als vertaalsleutel:

Heel goed!

Sx: x schrijft wetenschappelijke boeken,
Mxy: x publiceert meer dan y,
Hx: x doet hoogwaardig onderzoek,
Vxy: x is te verkiezen boven y,
Ix: x publiceert in een internationaal bekend tijdschrift.

(d) *Er is een filosoof die wetenschappelijke boeken schrijft en meer publiceert dan allen die hoogwaardig onderzoek doen.*

$\exists x$(x schrijft wetenschappelijke boeken en x publiceert meer dan allen die hoogwaardig onderzoek doen).
$\exists x$($Sx \wedge$ voor alle y geldt dat als y hoogwaardig onderzoek doet, x meer publiceert dan y).
$\exists x(Sx \wedge \forall y(Hy \rightarrow Mxy)$.

(e) *Voor elke filosoof die wetenschappelijke boeken schrijft geldt dat het niet zo is dat zij/hij te verkiezen is boven alle filosofen die in een internationaal bekend tijdschrift publiceren.*

$\forall x$(als x wetenschappelijke boeken schrijft, dan is het niet zo dat voor alle y waarvoor geldt dat y in een internationaal bekend tijdschrift publiceert, x te verkiezen is boven y).
$\forall x$(als Sx, dan $\neg\forall y$ (als Iy, dan Vxy).
$\forall x(Sx \rightarrow \neg\forall y(Iy \rightarrow Vxy)$.

6 Gegeven is de volgende vertaalsleutel:
$A = \{$Rosja, Zebedeus, Peter$\}$,
p: Peter,
Gxy: x is groter dan y,

Sxy: x is sterker dan y,
Bx: x is blij.
Vertaal de volgende formules naar Algemeen Beschaafd Nederlands:

(d) $\neg\exists x\ Gpx \land \neg\exists y\ Syp$

1. Het is niet zo dat er een x is waarvoor geldt dat p groter is dan x en het is niet zo dat er een y is waarvoor geldt dat y sterker is dan p.
2. Er is niemand waarvoor geldt dat Peter groter is dan diegene en er is niemand waarvoor geldt dat diegene sterker is dan Peter.
3. Peter is groter dan niemand en niemand is sterker dan Peter.

(Eventueel zouden we hiervan nog "Peter is groter dan niemand, maar niemand is sterker dan Peter." of zelfs "Peter is kleiner en sterker dan iedereen." van kunnen maken, voor dit laatste is de kennis nodig dat 'kleiner zijn dan' het omgekeerde is van 'groter zijn dan')

↳ Peter kan ook even groot zijn als sommigen.

(e) $\forall x\ (Bx \to \exists y\ Gyx)$

1. Voor alle x geldt dat als x blij is, er een y is zodat y groter is dan x.
2. Voor iedereen die blij is, geldt dat er iemand is die groter is dan diegene.
3. (Iedereen die blij is, is kleiner dan een ander.)* → Pas op met een ander.

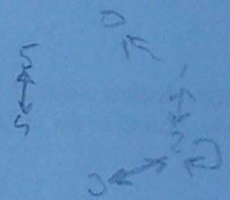
*(Bij de laatste stap gebruik ik de kennis (uit de 'echte' wereld) dat als x groter is dan y, dat y dan kleiner is dan x. Ik doe dit zodat de zin natuurlijker overkomt en nog steeds dezelfde betekenis heeft. Zonder kennis van de buitenwereld is het niet mogelijk om deze stap te maken.)

Houdt altijd in je achterhoofd dat het zo kan zijn dat $x=y$. Ook al is dat hier gek: Gxx

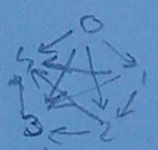
Hoofdstuk 6

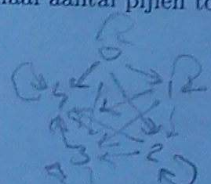
1 Maak pijlendiagrammen voor de volgende relaties:

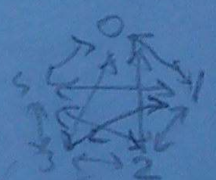
(d) $R = \{\langle 1,0\rangle, \langle 1,2\rangle, \langle 2,1\rangle, \langle 2,2\rangle, \langle 2,3\rangle, \langle 3,2\rangle, \langle 4,5\rangle, \langle 5,4\rangle\}$



2 (c) Maak van de relatie uit 1c ($R = \{\langle x,\ y\rangle \in \{0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4\}^2 \mid x < y\}$) een equivalentierelatie door een minimaal aantal pijlen toe te voegen.







De relatie is al transitief

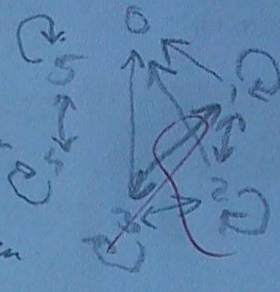
Nu ook reflexief (Alle getallen hebben een pijl naar zichzelf)

En symmetrisch (Alle pijlen wijzen beide kanten uit)

neem die samen in je eindantwoord

(d) Maak de relatie uit 1d transitief door een minimaal aantal pijlen toe te voegen.

Dubbele pijlen geven pijlen die beginnen en eindigen bij hetzelfde getal $\langle 5,4\rangle$ en $\langle 4,5\rangle$ geven $\langle 5,5\rangle$



We kunnen bijv. van 3 naar 0 een "pad" vinden (via 2 en 1) maar omgekeerd niet, dus wel $\langle 3,0\rangle$, maar niet $\langle 0,3\rangle$.

3 Gegeven het volgende model $\mathcal{M} = \langle D, I\rangle$. De signatuur van $\mathcal{M}$ is $\Sigma = \langle\{R\}, \emptyset, \text{ar}\rangle$, met $\text{ar}(R) = 2$. Het domein $D = \{1,2,3,4\}$, en $I(R) = \{\langle 1,2\rangle, \langle 1,3\rangle, \langle 2,4\rangle, \langle 3,4\rangle, \langle 4,1\rangle, \langle 4,3\rangle\}$. We zeggen dat b een $I(R)$-opvolger is van a als $\langle a,b\rangle \in I(R)$.

(b) Vertaal de volgende zin in de predikatenlogica:
Ieder element van D heeft tenminste één $I(R)$-opvolger.

Geef in het Nederlands weer wat deze zin zegt over vertrekkende en aankomende pijlen. Is deze zin waar in het gegeven model?

1. In het besprekingsdomein zitten alleen elementen van D, dus kunnen we achterwege laten dat we het hebben over elementen van D:
   $\forall x$(x heeft tenminste één $I(R)$-opvolger.).
2. $\forall x$(er is een y zodat y een $I(R)$-opvolger van x is).
3. $\forall x(\exists y Rxy)$.

Er moet voor ieder element van D een rijtje in $I(R)$ zitten wat begint met dat element. Dit is waar, want voor ieder van 1, 2, 3 en 4 is een rijtje te vinden wat ermee begint. Dus vertrekt er een pijl vanuit iedere x.

Niet in het dictaat *Beschrijf de kerktorens van Nederland met een constante voor de Domtoren en met predikaatsymbolen voor 'is langer dan' en 'is gelijk aan' als een model: geef signatuur, domein en interpretatiefunctie.*

We maken een model $\mathcal{M} = \langle D, I\rangle$. De signatuur van $\mathcal{M}$ is $\Sigma = \langle\{L, G\}, \{d\}, \text{ar}\rangle$, met $\text{ar}(L) = 2$ en $\text{ar}(G) = 2$. Het domein $D =$ de verzameling van alle kerktorens in Nederland. $I(L) = \{\langle x,y\rangle \mid x \text{ is langer dan } y\}$ en $I(G) = \{\langle x,y\rangle \mid x \text{ is gelijk aan } y\}$. $I(d) =$ de Domtoren.

We kunnen met dit model uitspraken als *"Als een kerktoren niet gelijk is aan de Domtoren, is de Domtoren langer."* vertalen: $\forall x(\neg Gxd \to Ldx)$.

Inleveropgave Inleiding Logica Rens van Vliet [redacted] Groep 3 (Judith) 21-10-2013

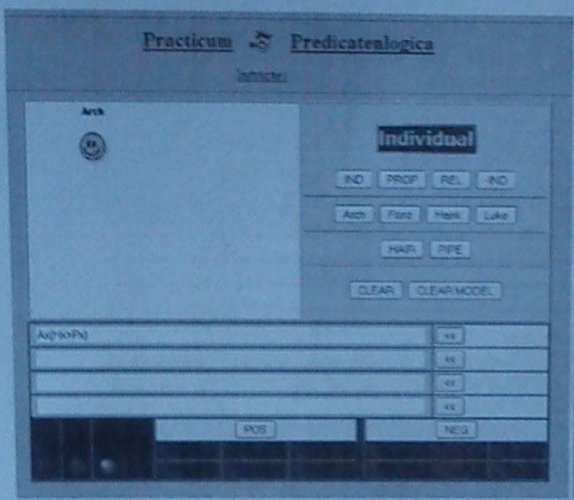
1 Geef voor elk van de volgende zinnen A twee modellen in Jaspar's universum die door A gescheiden worden.

3/4 voor gehele practicum

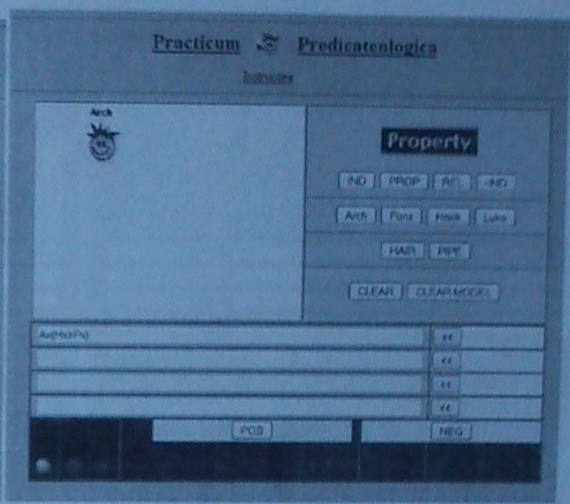
(b) Ax(Hx>Px)

Licht toe waarom dit een antwoord vormt op de vraag

Het model waarin dit waar is:



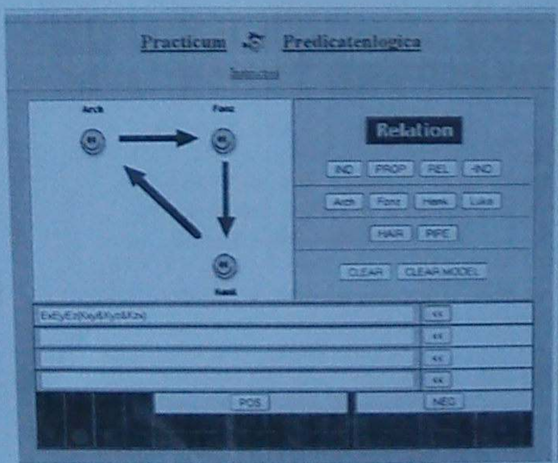
Het model waarin dit niet waar is:



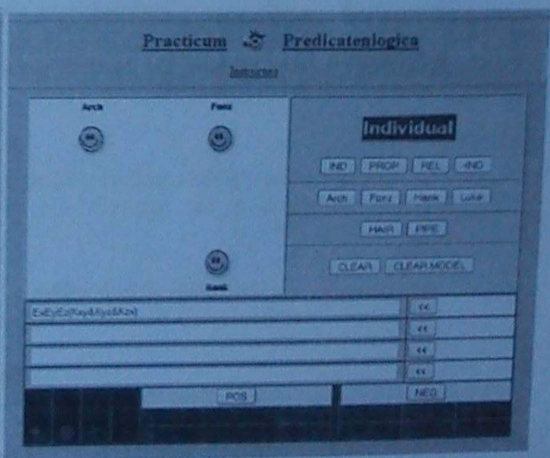
In het eerste model hebben alle individuen met haar ook een pijp (namelijk geen). En in het tweede is er een individu dat wat haar heeft, maar geen pijp: de implicatie is niet voor alle x waar.

(d) ExEyEz(Kxy&Kyz&Kzx)

Het model waarin dit waar is:



Het model waarin dit niet waar is:

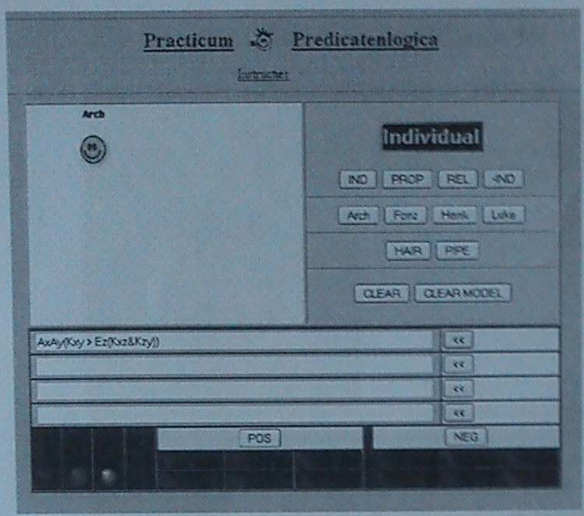


We kunnen in het eerste model een x, y en z kiezen zodat alle onderdelen van de conjunctie kloppen en dus zodat de conjunctie klopt. In het tweede model kan dit niet, omdat niemand een ander kent: alle onderdelen van de conjunctie zijn onwaar.

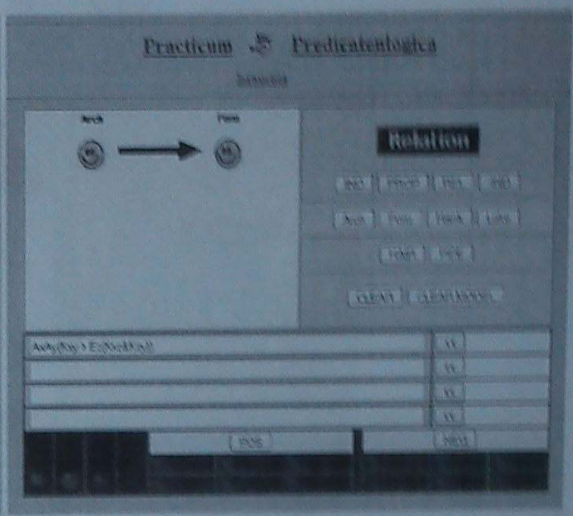
3 Geef voor elk van de volgende zinnen A twee modellen in Jaspar's universum die door A gescheiden worden.

(c) AxAy(Kxy>Ez(Kxz&Kzy))

Het model waarin dit waar is:



Het model waarin dit niet waar is:



In het eerste geval is de implicatie sowieso waar, omdat er geen enkele x is die iemand kent. In het tweede model is de implicatie niet voor alle x en y waar. Stel bijvoorbeeld dat we voor x Arch kiezen en voor Fonz y. Dan is het wel zo dat Kxy (Arch kent Fonz), maar niet zo dat er iemand is die gekend wordt door Arch én die Fonz kent.