

Inleveropgave maandag 21 Oktober

Roy Knelange
Werkgroep 1

October 25, 2013

De pijlendiagrammen zijn achteraf met de hand gemaakt/gecorrigeerd. Voor het antwoord op deze specifieke opgaven kan naar de andere scans worden gekeken. Met uitzondering van deze pijlendiagrammen zijn dit volledig correcte uitwerkingen van de zesde inleveropgaven.

1 Practicum

Geef voor elk van de volgende zinnen A twee modellen in Jasper's universum die door A gescheiden worden.

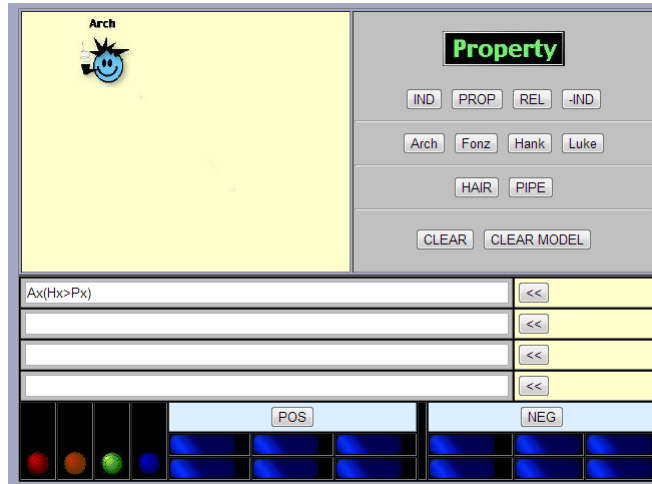
Een zin scheidt twee modellen als de zin in het ene model waar is en het andere model onwaar, we gaan dit met behulp van Jan Jaspar's tool doen:

Voor alle drie de vragen geldt de volgende signatuur:

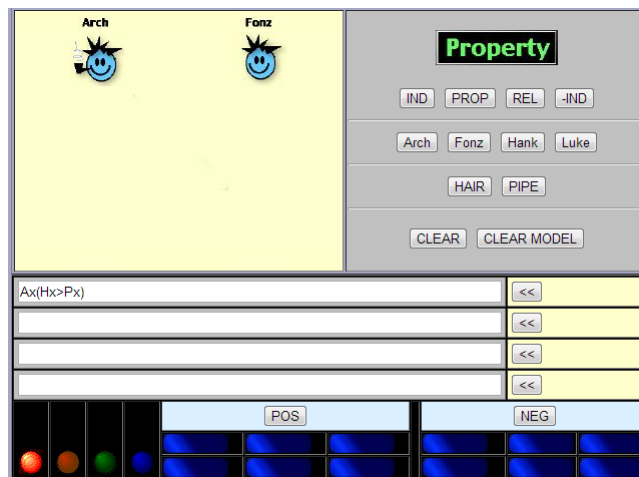
$$\Sigma = \langle \{H, P, K\}, \{a, f, h, l\}, \text{ar} \rangle,$$
$$\text{ar}(H) = 1, \text{ar}(P) = 1, \text{ar}(K) = 2,$$
$$\mathcal{M} = \langle D, I \rangle,$$
$$D = \{\text{Arch}, \text{Fonz}, \text{Hank}, \text{Luke}\}$$
$$I(a) = \text{Arch}, I(f) = \text{Fonz}, I(h) = \text{Hank}, I(l) = \text{Luke},$$
$$I(H) = \text{de verzameling van haardragers},$$
$$I(P) = \text{de verzameling van pijprokers},$$
$$I(K) = \text{de verzameling van mensen waarvoor de eerste de tweede persoon kent}.$$

We laten steeds eerst de output van het programma zien, met daaronder uitleg over wat we zien, en wat het betekent.

1(b) $\forall x(Hx \rightarrow Px)$

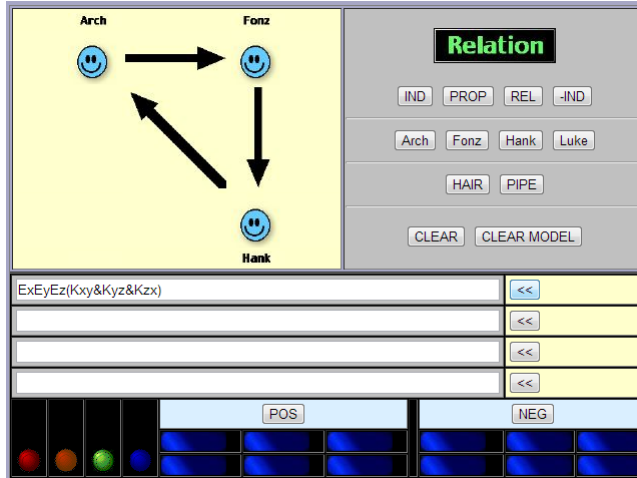


In dit model geldt: Ha, Pa, dus Arch rookt pijp en is een haardrager, dit voldoet aan de zin, en we zien dat het programma inderdaad een groen lampje geeft.

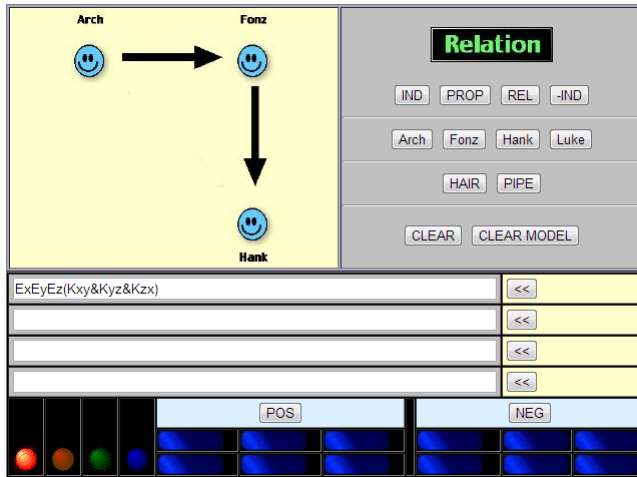


In dit model geldt: Ha, Pa, Hf, dus Arch heeft dezelfde eigenschappen als bij het goede model, maar nu is ook Fonz aanwezig, deze is wel haardrager maar rookt geen pijp, dus de zin geldt niet, we zien dit aan het rode lampje.

1(d) $\exists x \exists y \exists z (Kxy \wedge Kyz \wedge Kzx)$

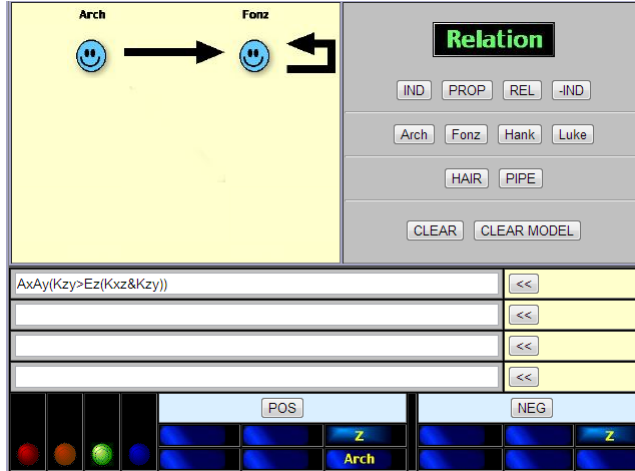


In dit model geldt: Kaf, Kfh, Kha, we zien bijvoorbeeld als we $x = a$, $y = f$ en $z = h$ nemen, dat dit voldoet aan de regel. (We kunnen de variabelen ook op andere manieren nemen, zodat dit nog geldt in dit model)

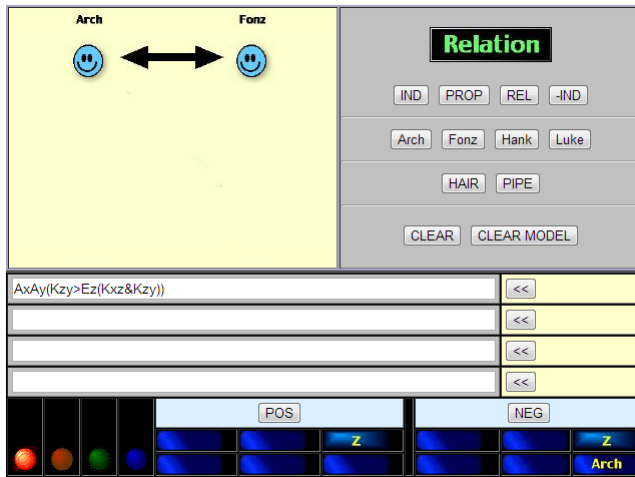


In dit model geldt: Kaf, Kfh, dus hetzelfde als hierboven, alleen kent Hank Arch niet meer. Hierdoor klopt de regel niet meer, er is geen x , y , z te vinden zodat de regel geldt, dus dit model is onwaar.

3(c) $\forall x \forall y (Kxy \rightarrow \exists z (Kxz \wedge Kzy))$



In dit model geldt: Kaf, Kff. Voor alle combinaties van x en y, zodat Kxy, moet gelden dat er een z is zodat $(Kxz \wedge Kzy)$. a kent f, als we nu Fons ook als z zien, dan klopt de regel, want Fons kent zichzelf. In het andere geval geldt f kent f, als we voor Fons nu ook als z zien dan geldt de regel weer. We mogen Fons als z zien omdat er staat voor minstens één z, het hoeft dus niet voor alle mogelijke z te gelden. Voor de rest kent niemand iemand anders in het model, dus dan is de regel ook waar, dit model is dus waar.



In dit model geldt: Kaf, Kfa. Voor alle x en y more de regel gelden. Als we nu $x = a$ en $y = f$ nemen, dan moet er een z zijn zodat x kent z en z kent y. Arch kent alleen Fonz, dus z zou nu voor Fons moeten staan. Dat betekent

ook dat Fons y moet kennen, maar y is ook Fonz. Omdat in dit model Fonz Fonz niet kent, is dit model niet waar. (De relatie moet immers voor alle x en y gelden, en wij hebben hier een x en y waarvoor hij niet geldt)

2 Werkcollege

Voor de volgende 2 opdrachten geldt de volgende vertaalsleutel:

Px: x publiceert in een internationaal bekend tijdschrift

Bx: x schrijft wetenschappelijke boeken

Hx: x doet hoogwaardig onderzoek

Vxy: x is te verkiezen boven y

Mxy: x publiceert meer dan y

4.9.5(d) Vertaal de onderstaande zin zo nauwkeurig mogelijk in de taal van de predikatenlogica. Vergeet de vertaalsleutel niet (discussiedomein = de verzameling van alle filosofen)

Er is een filosoof die wetenschappelijke boeken schrijft en meer publiceert dan allen die hoogwaardig onderzoek doen.

$\exists x$ (x schrijft wetenschappelijke boeken en x publiceert meer dan allen die hoogwaardig onderzoek doen.)

$\exists x \forall y$ (x schrijft wetenschappelijke boeken en als y hoogwaardig onderzoek doet dan publiceert x meer dan y.)

$\exists x \forall y (Bx \wedge (Hy \rightarrow Mxy))$

4.9.5(e) Vertaal de onderstaande zin zo nauwkeurig mogelijk in de taal van de predikatenlogica. Vergeet de vertaalsleutel niet (discussiedomein = de verzameling van alle filosofen)

Voor elke filosoof die wetenschappelijke boeken schrijft geldt dat het niet zo is dat zij/hij te verkiezen is boven alle filosofen die in een internationaal bekend tijdschrift publiceren.

$\forall x$ (Als x wetenschappelijke boeken schrijft dan geldt niet dat zij/hij te verkiezen is boven alle filosofen die in een internationaal bekend tijdschrift publiceren.)

$\forall x \forall y$ (Als x wetenschappelijke boeken schrijft dan geldt niet, als y in een internationaal bekend tijdschrift publiceert dan is x te verkiezen boven y.)

$\forall x \forall y (Bx \rightarrow \neg (Py \rightarrow Vxy))$

Voor de volgende 2 opdrachten geldt de volgende vertaalsleutel:

$A = \{\text{Rosja, Zebedeus, Peter}\}$,

p : Peter

Gxy : x is groter dan y

Sxy : x is sterker dan y

Bx : x is blij

4.9.6(d) Vertaal de volgende formule naar Algemeen Beschaafd Nederlands:

$\neg \exists x Gpx \wedge \neg \exists y Syp$

$\neg \exists x$ (Peter is groter dan x en) $\neg \exists y$ (y is sterker dan Peter.)

Er is niemand zodat Peter groter is dan diegene en er is niemand sterker dan Peter.

4.9.6(e) Vertaal de volgende formule naar Algemeen Beschaafd Nederlands:

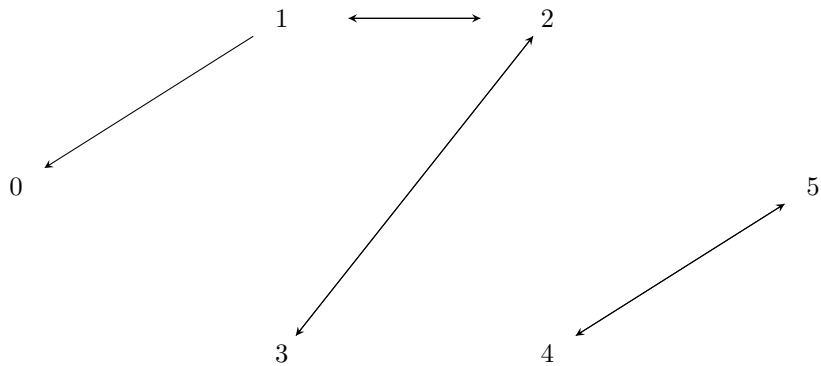
$\forall x (Bx \rightarrow \exists y Gyx)$

$\forall x$ (Als x blij is dan) $\exists y$ (y is groter dan x .)

Als iemand blij is dan is er iemand die groter is dan diegene.

6.4.1(d) Maak een pijldiagram van de volgende relatie:

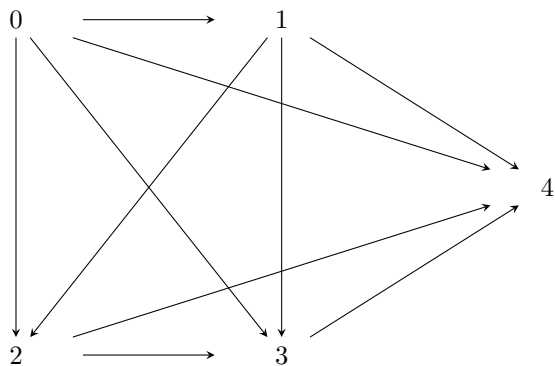
$R = \{\langle 1, 0 \rangle, \langle 1, 2 \rangle, \langle 2, 1 \rangle, \langle 2, 2 \rangle, \langle 2, 3 \rangle, \langle 3, 2 \rangle, \langle 4, 5 \rangle, \langle 5, 4 \rangle\}$



6.4.1(e) Deze vraag bestaat niet.

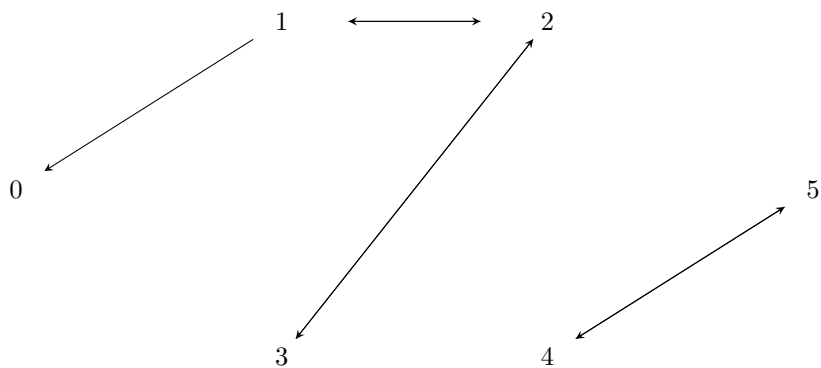
6.4.2(c) Maak van de relatie uit 1c een equivalentierelatie door een minimaal aantal pijlen toe te voegen.

We geven in zwart/blauw het pijlendiagram van 1c, de rode pijlen zijn de toegevoegde pijlen om een equivalentierelatie te krijgen.



6.4.2(d) Maak de relatie uit 1d transitief door een minimaal aantal pijlen toe te voegen.

We geven ook nu in zwart/blauw het pijlendiagram van 1d, de rode pijlen zijn de toegevoegde pijlen om de relatie transitief te maken.



6.4.3(b) Gegeven het volgende model $\mathcal{M} = \langle D, I \rangle$. De signatuur van $\mathcal{M}$ is $\Sigma = \langle \{R\}, \emptyset, ar \rangle$, met $ar(R) = 2$. Het domein $D = \{1, 2, 3, 4\}$, en $I(R) = \{\langle 1, 2 \rangle, \langle 1, 3 \rangle, \langle 2, 4 \rangle, \langle 3, 4 \rangle, \langle 4, 1 \rangle, \langle 4, 3 \rangle\}$. We zeggen dat b een $I(R)$ -opvolger is van a als $\langle a, b \rangle \in I(R)$.

Vertaal de volgende zin in de predikatenlogica:

Ieder element van D heeft tenminste één $I(R)$ -opvolger.

Geef in het Nederlands weer wat deze zin zegt over vertrekkende en aankomende pijlen. Is deze zin waar in het gegeven model?

We gebruiken de volgende relatie: Rxy : y is een $I(R)$ -opvolger van x .

Ieder element van D heeft tenminste één $I(R)$ -opvolger.

$\forall x$ (x heeft tenminste één $I(R)$ -opvolger.)

$\forall x \exists y$ (y is een $I(R)$ -opvolger van x .)

$\forall x \exists y Rxy$

In het Nederlands zegt deze zin: ieder element uit D heeft altijd tenminste één vertrekkende pijl. Deze zin is waar in het gegeven model.

Extra(niet in het dictaat): beschrijf de kerktorens van Nederland met een constante voor de Domtoren en met predikaatsymbolen voor 'is langer dan' en 'is gelijk aan' als een model: geef signatuur, domein en interpretatiefunctie.

$\Sigma = \langle \{L, G\}, \{d\}, ar \rangle$,

$ar(L) = 2, ar(G) = 2$,

$\mathcal{M} = \langle D, I \rangle$,

D = de verzameling van alle kerktorens van Nederland,

$I(d)$ = de Domtoren,

$I(L)$ = de verzameling van alle paren kerktorens waarbij de ene groter is dan de andere,

$I(G)$ = de verzameling van alle paren kerktorens die gelijk zijn aan elkaar.