Werkcollegeopgaven

Hester Vogels

8

Inleveropgave 4

H8

(tegenvoorbeeld)

er is een V zdd, −0,25

2(iii) De redenering is geldig desda er is een V zdd. $V \models ((p \vee q) \wedge r)$, $V \models (\neg s \rightarrow \neg q)$ en $V \not\models ((p \wedge r) \vee s)$.

$V \not\models ((p \wedge r) \vee s)$ desda (sem ∨) $V \not\models p \wedge r$ en $V \not\models s$.

$V \not\models p \wedge r$ desda (sem ∧) $V \not\models p$ of $V \not\models r$.

$V \models \neg s \rightarrow \neg q$ desda (sem →) $V \not\models \neg s$ en/of $V \models \neg q$

met sem ¬ volgt $V \models s$,

Maar $V \not\models s$ dus dan moet $V \models \neg q$, desda (sem ¬) $V \not\models q$.

$V \models (p \vee q) \wedge r$ desda (sem ∧) $V \models r$ en $V \models p \vee q$.

$V \models p \vee q$ desda (sem ∨) $V \models p$ of $V \models q$.

Er moet dus gelden $V \models r$, maar eerder hadden we al dat $V \not\models p$ of $V \not\models r$. Dus $V \not\models p$. We hadden ook dat $V \models p$ of $V \models q$ dus nu moet gelden $V \models q$. Maar eerder hadden we al dat $V \not\models q$. Dus er is tegenspraak, ~~Dus de redenering is geldig~~

dus geen tegenvoorbeeld gevonden.

3(iv) Vertaalsleutel:

j: Jansen heeft overgewerkt

p: pietersen heeft overgewerkt

g: de moord is gisteren gepleegd

v: de moord is vandaag gepleegd

−0,25

dit staat niet in de tekst! Als je besluit zoiets erbij te doen, leg dan even uit waarom

Redenering: $(j \rightarrow g), (p \rightarrow v), \neg(g \wedge v) / \neg(j \wedge p)$

De redenering is ongeldig desda er is een V zdd. $V \models j \rightarrow g$, $V \models p \rightarrow v$, $V \models \neg(g \wedge v)$ en $V \not\models \neg(j \wedge p)$.

$V \models j \rightarrow g$ desda (sem →) $V \not\models j$ en/of $V \models g$. $V \models p \rightarrow v$ desda (sem →) $V \not\models p$ en/of $V \models v$. $V \models \neg(g \wedge v)$ desda (sem ¬) $V \not\models g \wedge v$ desda (sem ∧) $V \not\models g$ of $V \not\models v$. $V \not\models \neg(j \wedge p)$ desda (sem ¬) $V \models j \wedge p$ desda (sem ∧) $V \models j$ en $V \models p$. Dan moet gelden $V \models g$ en $V \models v$. Maar ook hadden we $V \not\models g$ of $V \not\models v$. Dus er is tegenspraak. Dus de Redenering is geldig.

er is een V zdd

4 (ii) De redenering is ongeldig desda er is een V zdd $V \models p \leftrightarrow q$, $V \models \neg(q \wedge \neg p)$, $V \models q$ en $V \not\models p$.

$V \models \neg(q \wedge \neg p)$ desda (sem ¬) $V \not\models q \wedge \neg p$.

$V \not\models q \wedge \neg p$ desda (sem ∧) $V \not\models q$ of $V \not\models \neg p$ desda (sem ¬) $V \models p$.

$V \models p \leftrightarrow q$ desda (sem ↔) $V \models p$ en $V \models q$ of $V \not\models p$ en $V \not\models q$.

Nu is er tegenspraak, want $V \models q$ en $V \not\models p$ moet gelden, maar ook $V \not\models q$ of $V \models p$, en ook $V \models p$ en $V \models q$ of $V \not\models p$ en $V \not\models q$.

Dat gaat niet samen.

Dus de redenering is geldig, want geen tegenvoorbeeld te vinden.

6 (v) Vertaalsleutel:

p: de paddestoelen komen op

k: het wordt kouder

h: het wordt herfst

d: de dagen worden korter

n: de nachten worden langer

niet alleen $d \to n$, maar ook $n \to d$, dus ⇔ ipv. Je had er ook één propositie van kunnen maken. -0,25

Redenering: $((p \wedge k) \to h), (h \to d), (d \to n), (\neg n \wedge k) / \neg p$

De redenering is ongeldig desda er is een V zdd $V \models (p \wedge k) \to h$, $V \models h \to d$, $V \models d \to n$, $V \models \neg n \wedge k$ en $V \not\models \neg p$.

$V \not\models \neg p$ desda (sem ¬) $V \models p$. $V \models d \to n$ desda (sem →) $V \not\models d$ en/of $V \models n$. $V \models h \to d$ desda (sem →) $V \not\models h$ en/of $V \models d$.

$V \models \neg n \wedge k$ desda (sem ∧) $V \models \neg n$ en $V \models k$. $V \models (p \wedge k) \to h$ desda (sem →) $V \not\models p \wedge k$ en/of $V \models h$. $V \not\models p \wedge k$ desda $V \not\models p$ of $V \not\models k$. Maar $V \models p$ hadden we al dus $V \not\models k$.

Maar uit $V \models \neg n \wedge k$ volgde al $V \models k$. Dus ~~tegenspraak~~. $V \not\models p \wedge k$. Dan moet gelden $V \models h$. Maar we hadden al $V \not\models h$ en/of $V \models d$. Dus $V \models d$. Maar we hadden al $V \not\models d$ en/of $V \models n$. Dus $V \models n$. Maar ook gold dat $V \models \neg n$ desda (sem ¬) $V \not\models n$. Dus tegenspraak.

Dus de redenering is geldig.

12. Alice komt degene tegen die zegt 'Ik lieg vandaag en ik ben Tweedledee.' Als deze persoon de waarheid spreekt zou hij niet zeggen dat hij liegt vandaag. Dus deze persoon liegt sowieso. Dus je weet dat de uitspraak 'Ik lieg vandaag en ik ben Tweedledee.' niet waar is. In dat geval is óf 'Ik lieg vandaag' niet waar, óf 'Ik ben Tweedledee.' of allebei

want beide conjuncten moeten dan waar zijn

De eerste uitspraak is sowieso waar, hadden we al bedacht. Dus de uitspraak 'Ik ben Tweedledee.' is niet waar. Daaruit volgt dat Alice Tweedledum ontmoette.

H7 3(ii) $(p \to \neg q) \to r$ $\quad$ $A \to B$ Eq $\neg A \vee B$

$(\neg p \vee \neg q) \to r$ $\quad$ $A \to B$ Eq $\neg A \vee B$

$\neg(\neg p \vee \neg q) \vee r$ $\quad$ $\neg(A \vee B)$ Eq $\neg A \wedge \neg B$

$(\neg\neg p \wedge \neg\neg q) \vee r$ $\quad$ $\neg\neg A$ Eq A (2x)

$(p \wedge q) \vee r$

Dit is een disjunctieve normaalvorm.

vertel ook waarom het een DNV is -0,25

-0,25

3(iii) $(p \wedge \neg q) \leftrightarrow \neg(p \vee q)$ $\quad$ $\neg(A \vee B)$ Eq $\neg A \wedge \neg B$

$(p \wedge \neg q) \leftrightarrow (\neg p \wedge \neg q)$ $\quad$ $A \leftrightarrow B$ Eq $(A \wedge B) \vee (\neg A \wedge \neg B)$

$((p \wedge \neg q) \wedge (\neg p \wedge \neg q)) \vee (\neg(p \wedge \neg q) \wedge \neg(\neg p \wedge \neg q))$ $\quad$ $\neg(A \wedge B)$ Eq $\neg A \vee \neg B$ (2x)

$(p \wedge \neg q \wedge \neg p \wedge \neg q) \vee ((\neg p \vee \neg\neg q) \wedge (\neg\neg p \vee \neg\neg q))$ $\quad$ $\neg\neg A$ Eq A (3x)

$(p \wedge \neg q \wedge \neg p \wedge \neg q) \vee ((\neg p \vee q) \wedge (p \vee q))$ $\quad$ $A \vee (B \wedge C)$ Eq $(A \vee B) \wedge (A \vee C)$

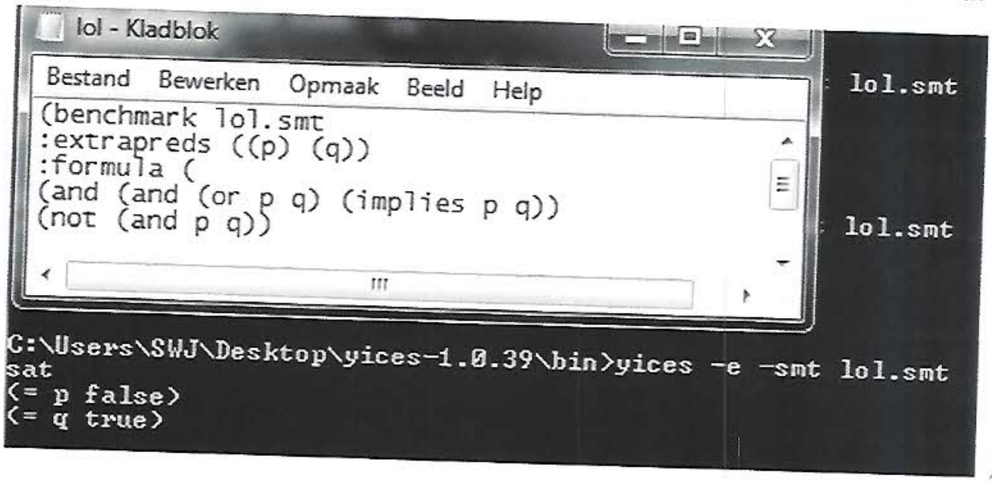
$(p \wedge \neg q \wedge \neg p \wedge \neg q) \vee q \vee (\neg p \wedge p)$

Dit is een disjunctieve normaalvorm.

Practicumopgaven

Hoofdstuk 6 Opgave 8

iv) Om te laten zien dat $(p \vee q), (p \to q) \not\models (p \wedge q)$ laten we in Yices zien dat er een V is waarbij $V \models (p \vee q)$, $V \models (p \to q)$ én $V \not\models (p \wedge q)$, oftewel $V \models \neg (p \wedge q)$. Yices geeft aan dat er waarden zijn voor p en q zodat het bovenstaande zo is. Nu hebben we stelling 3.5 in principe omgedraaid. We hebben nu dus laten zien dat $(p \vee q), (p \to q) \not\models (p \wedge q)$ omdat $(p \vee q), (p \to q) \cup \{\text{niet } (p \wedge q)\}$ vervulbaar is.

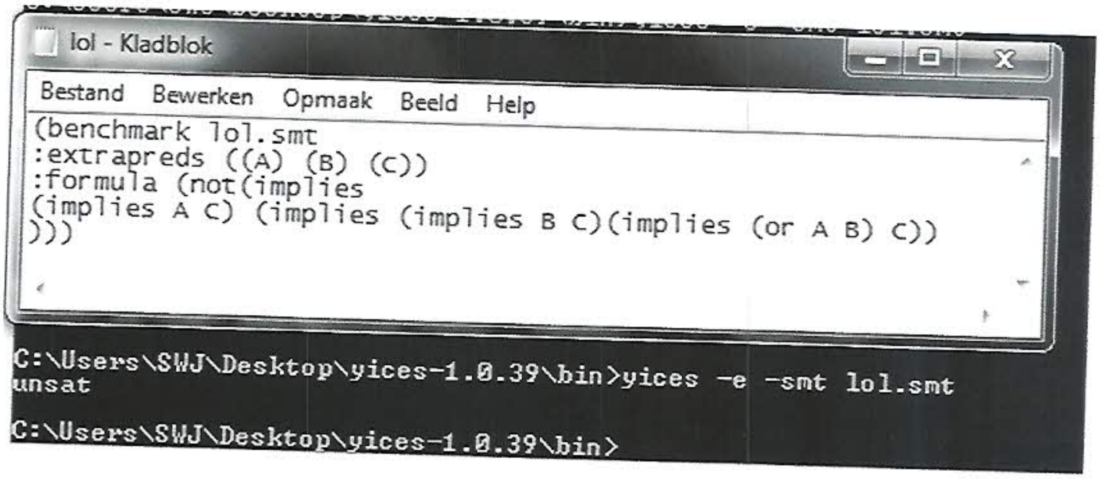


```
lol - Kladblok
Bestand  Bewerken  Opmaak  Beeld  Help
(benchmark lol.smt
:extrapreds ((p) (q))
:formula (
(and (and (or p q) (implies p q))
(not (and p q))
```

```
lol.smt
lol.smt
C:\Users\SWJ\Desktop\yices-1.0.39\bin>yices -e -smt lol.smt
sat
(= p false)
(= q true)
```

Hoofdstuk 6 Opgave 14

ii) Een formule A is een tautologie desda voor alle valuaties V geldt dat $V \models A$. Om te bewijzen dat iets een tautologie is, proberen we een valuatie V te vinden waarvoor $V \not\models A$. Lukt dit niet, dan weten we dat voor alle valuaties V geldt dat $V \models A$ en dan hebben we bewezen dat het een tautologie is. We hebben in Yices gecheckt of er een valuatie V te vinden is waarvoor $V \not\models (A\to C) \to((B\to C) \to(A \vee B) \to C))$, oftewel $V \models \neg ((A\to C) \to((B\to C) \to(A \vee B) \to C)))$. We begonnen dus met 'not' en daarna de hele formule. Yices gaf 'unsat' aan, dus kon geen V vinden waarvoor het bovenstaande geldt. Daarmee hebben we bewezen dat de formule een tautologie is.



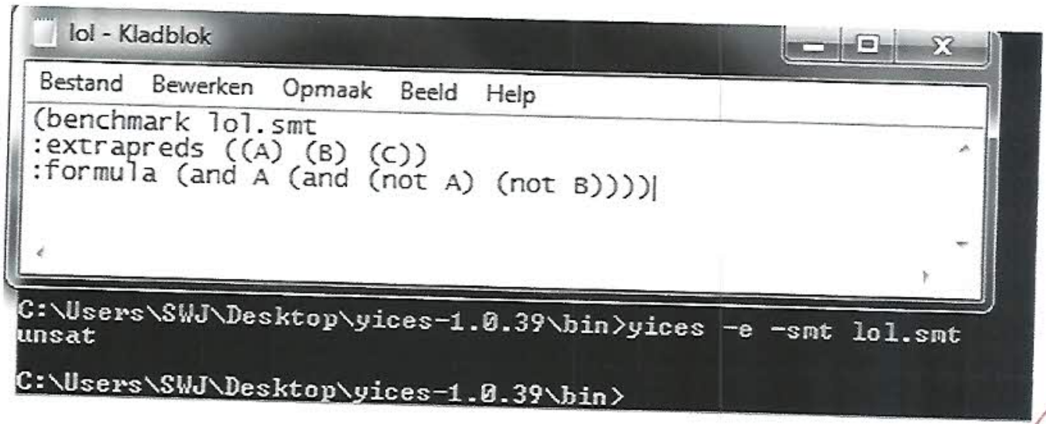
```
lol - Kladblok
Bestand  Bewerken  Opmaak  Beeld  Help
(benchmark lol.smt
:extrapreds ((A) (B) (C))
:formula (not(implies
(implies A C) (implies (implies B C)(implies (or A B) C))
)))
```

```
C:\Users\SWJ\Desktop\yices-1.0.39\bin>yices -e -smt lol.smt
unsat

C:\Users\SWJ\Desktop\yices-1.0.39\bin>
```

Hoofdstuk 9 Opgave 7

viii) we willen laten zien dat $A \vdash \neg(\neg A \wedge \neg B)$. Hiervoor laten we eerst zien dat $A \vDash \neg(\neg A \wedge \neg B)$. We checken in Yices of er V is waarbij $V \vDash A$ én $V \nvDash \neg(\neg A \wedge \neg B)$, oftewel $V \vDash \neg A \wedge \neg B$. We laten Yices daarvoor checken of er een V is waarbij $A \wedge (\neg A \wedge \neg B)$ waar is. Yices gaf 'unsat' aan dus kon niet zo'n V vinden. Daaruit volgt dat er geen tegenvoorbeeld is en dus geldt dat $A \vDash \neg(\neg A \wedge \neg B)$. Nu geldt dat als $A \vDash \neg(\neg A \wedge \neg B)$ dan ook $A \vdash \neg(\neg A \wedge \neg B)$. Dit geldt omdat we volledigheid hebben bewezen voor Natuurlijke Deductie.


lol - Kladblok

Bestand Bewerken Opmaak Beeld Help

```
(benchmark lol.smt
:extrapreds ((A) (B) (C))
:formula (and A (and (not A) (not B))))
```

```
C:\Users\SWJ\Desktop\yices-1.0.39\bin>yices -e -smt lol.smt
unsat

C:\Users\SWJ\Desktop\yices-1.0.39\bin>
```