1

p = ik lieg vandaag
q = ik ben Tweedledee

We hebben dan $p \wedge q$. Stel dat desbetreffende persoon de waarheid spreekt, dan moeten p en q waar zijn. Maar als p waar is, dan liegt ze vandaag, en dat is in tegenspraak met dat ze de waarheid vertelt. Dus ze moet wel liegen, dat betekent dat p of q niet waar is (sem $\wedge$), omdat ze liegt is p wel waar, dus er volgt dat q niet waar kan zijn. Desbetreffende persoon is dus niet Tweedledee, maar Tweedledum.

7.4.3(ii) Geef van de volgende formule de disjunctieve normaalvorm:
$(p \to \neg q) \to r$

We gebruiken en refereren naar Stelling 3.10 op bladzijde 67 van het propositielogicadictaat.

3/4

$(p \to \neg q) \to r$ Eq $\neg(p \to \neg q) \vee r$ (xvii)
$\neg(p \to \neg q) \vee r$ Eq $(p \wedge \neg\neg q) \vee r$ (xviii)
$(p \wedge \neg\neg q) \vee r$ Eq $(p \wedge q) \vee r$ (xiii)

We zien dus dat de disjunctieve normaalvorm van $(p \to \neg q) \to r$ gelijk is aan $(p \wedge q) \vee r$. vorm is het DNV?

7.4.3(iii) Geef van de volgende formule de disjunctieve normaalvorm:
$(p \wedge \neg q) \leftrightarrow \neg(p \vee q)$

Ook hier gebruiken en refereren we naar Stelling 3.10 op bladzijde 67 van het propositielogicadictaat.

1

$(p \wedge \neg q) \leftrightarrow \neg(p \vee q)$
Eq $((p \wedge \neg q) \wedge \neg(p \vee q)) \vee (\neg(p \wedge \neg q) \wedge \neg\neg(p \vee q))$ (xx)
Eq $((p \wedge \neg q) \wedge \neg(p \vee q)) \vee (\neg(p \wedge \neg q) \wedge (p \vee q))$ (xiii)
Eq $((p \wedge \neg q) \wedge (\neg p \wedge \neg q)) \vee ((\neg p \vee \neg\neg q) \wedge (p \vee q))$ (xiv) en (xv)
Eq $((p \wedge \neg q) \wedge (\neg p \wedge \neg q)) \vee ((\neg p \vee q) \wedge (p \vee q))$ (xiii)
Eq $((p \wedge \neg q) \wedge (\neg p \wedge \neg q)) \vee (((\neg p \vee q) \wedge p) \vee ((\neg p \vee q) \wedge q)))$ (xi)
Eq $((p \wedge \neg q) \wedge (\neg p \wedge \neg q)) \vee (((p \wedge (\neg p \vee q)) \vee (q \wedge (\neg p \vee q)))$ (vii)
Eq $((p \wedge \neg q) \wedge (\neg p \wedge \neg q)) \vee (((p \wedge \neg p) \vee (p \wedge q)) \vee ((q \wedge \neg p) \vee (q \wedge q)))$ (xi)
Eq $((p \wedge \neg q) \wedge (\neg p \wedge \neg q)) \vee (((p \wedge \neg p) \vee (p \wedge q)) \vee ((q \wedge \neg p) \vee q))$ (v)

We zien dus dat de disjunctieve normaalvorm van $(p \wedge \neg q) \leftrightarrow \neg(p \vee q)$ gelijk is aan $((p \wedge \neg q) \wedge (\neg p \wedge \neg q)) \vee (((p \wedge \neg p) \vee (p \wedge q)) \vee ((q \wedge \neg p) \vee q))$. 4

8.6.6(v) Vertaal de onderstaande redenering in de taal van de propositielogica (en vergeet de vertaalsleutel niet). Ga na of ze geldig zijn.

Als de paddestoelen opkomen en het kouder wordt, dan wordt het herfst. Als het herfst wordt, dan worden de dagen korter. Hoewel de nachten niet langer worden, wordt het kouder. Dus er komen geen paddestoelen op.

Vertaalsleutel: (We nemen aan dat s en t niet hetzelfde zijn, nergens in de opdracht staat dit expliciet aangegeven, we mogen dit niet aannemen uit "onze wereld")
p = de paddestoelen komen op
q = het wordt kouder
r = het wordt herfst
s = de dagen worden korter
t = de nachten worden langer

We krijgen nu het volgende redeneerschema:
$(p \wedge q) \rightarrow r, r \rightarrow s, \neg t \wedge q / \neg p$

We gaan een tegenvoorbeeld zoeken voor dit redeneerschema, voor een tegenvoorbeeld geldt: alle premissen moeten waar zijn en de conclusie moet onwaar zijn. Daarmee is dan aangetoond dat uit de premissen niet altijd de conclusie volgt.

We nemen de valuatie V zodat geldt: $V \models p, V \models q, V \models r, V \models s, V \not\models t$

$V \not\models t$ met sem($\neg$) geldt nu $V \models \neg t$.
$V \models \neg t$ en $V \models q$ met sem($\wedge$) geldt nu $V \models \neg t \wedge q$.
$V \models r$ en $V \models s$ met sem($\rightarrow$) geldt nu $V \models r \rightarrow s$.
$V \models p$ en $V \models q$ met sem($\wedge$) geldt nu $V \models p \wedge q$.
$V \models p \wedge q$ en $V \models r$ met sem($\rightarrow$) geldt nu $V \models (p \wedge q) \rightarrow r$.
$V \models p$ met sem($\neg$) geldt nu $V \not\models \neg p$.

We hebben nu dus: $V \models (p \wedge q) \rightarrow r$, $V \models r \rightarrow s$, $V \models \neg t \wedge q$ en $V \not\models \neg p$. Oftewel we hebben een valuatie V die alle premissen waar maakt en de conclusie onwaar. Dit is dus een tegenvoorbeeld, het redeneerschema en daarmee de redenering zijn niet geldig.

8.6.12 (Lees het eerste deel bij vraag 11 op pagina 99 van het propositielogica-dictaat). Enige dagen later komt Alice weer één van bovengenoemde tweeling tegen, die zegt: Ik lieg vandaag en ik ben Tweedledee. Wie ontmoette ze?

We kunnen de uitspraak van de desbetreffende persoon omschrijven als 2 proposities:

p	q	r	s	p ∧ q		p → q	r → s		¬(p ∧ r)	
0	0	0	0	0	V_1	1	1	*	1	
0	0	0	1	0	V_2	1	1	*	1	
0	0	1	0	0	V_3	1	0		1	
0	0	1	1	0	V_4	1	1	*	1	
0	1	0	0	0	V_5	1	1	*	1	
0	1	0	1	0	V_6	1	1	*	1	
0	1	1	0	0	V_7	1	0		1	
0	1	1	1	0	V_8	1	1	*	1	
1	0	0	0	0	V_9	0	1		1	
1	0	0	1	0	V_{10}	0	1		1	
1	0	1	0	1	V_{11}	0	0		0	
1	0	1	1	1	V_{12}	0	1		0	
1	1	0	0	0	V_{13}	1	1	*	1	
1	1	0	1	0	V_{14}	1	1	*	1	
1	1	1	0	1	V_{15}	1	0		0	
1	1	1	1	1	V_{16}	1	1	*	0	←

Een sterretje staat voor een valuatie waarvoor alle premissen waar zijn. Een pijl staat voor een conclusie die niet waar is, terwijl alle premissen wel waar zijn. Zoals je nu ziet in de waarheidstabel is er bij V_{16} zo een situatie. Dit redeneerschema is dus niet geldig, dus de redenering waarmee we dit schema gemaakt hebben is niet geldig.

8.6.4(ii) Maak een waarheidstafel voor de volgende redenering en toon er de (on)gelijkheid van aan. Laat bij een ongeldige redenering duidelijk zien welke valuatie een tegenvoorbeeld is.

$p \leftrightarrow q, \neg(q \wedge \neg p), q/p$

p	q	¬ p	q ∧¬ p		p ↔ q	¬(q ∧¬ p)	q		p	
0	0	1	0	V_1	1	1	0		0	
0	1	1	1	V_2	0	0	1		0	
1	0	0	0	V_3	0	1	0		1	
1	1	0	0	V_4	1	1	1	*	1	

Een sterretje staat voor een valuatie waarvoor alle premissen waar zijn. In de tabel zien we dat in al deze gevallen de conclusie ook waar is. Dus dit is een geldig redeneerschema.

2 Werkcollege

8.6.2(iii)Toets de geldigheid van het volgende redeneerschema:

$((p \vee q) \wedge r), (\neg s \rightarrow \neg q)/((p \wedge r) \vee s)$

p	q	r	s	¬ q	¬ s	p ∨ q	p ∧ r		(p ∨ q) ∧ r	¬ s → ¬ q		(p ∧ r) ∨ s
0	0	0	0	1	1	0	0	V_1	0	1		0
0	0	0	1	1	0	0	0	V_2	0	1		1
0	0	1	0	1	1	0	0	V_3	0	1		0
0	0	1	1	1	0	0	0	V_4	0	1		1
0	1	0	0	0	1	1	0	V_5	0	0		0
0	1	0	1	0	0	1	0	V_6	0	1		1
0	1	1	0	0	1	1	0	V_7	1	0		0
0	1	1	1	0	0	1	0	V_8	1	1	*	1
1	0	0	0	1	1	1	0	V_9	0	1		0
1	0	0	1	1	0	1	0	V_{10}	0	1		1
1	0	1	0	1	1	1	1	V_{11}	1	1	*	1
1	0	1	1	1	0	1	1	V_{12}	1	1	*	1
1	1	0	0	0	1	1	0	V_{13}	0	0		0
1	1	0	1	0	0	1	0	V_{14}	0	1		1
1	1	1	0	0	1	1	1	V_{15}	1	0		1
1	1	1	1	0	0	1	1	V_{16}	1	1	*	1

Een sterretje staat voor een valuatie waarvoor alle premissen waar zijn. In de tabel zien we dat in al deze gevallen de conclusie ook waar is. Dus dit is een geldig redeneerschema.

8.6.3(iv) Vertaal de onderstaande redeneringen in de taal van de propositielogica (vergeet de vertaalsleutel niet). Onderzoek met waarheidstafels de (on)geldigheid van deze redeneringen.

Als Jansen overgewerkt heeft is de moord gisteren gepleegd. Als Pietersen overgewerkt heeft, dan is de moord vandaag gepleegd. Dus Jansen en Pietersen hebben niet allebei overgewerkt.

Vertaalsleutel:
p = Jansen heeft overgewerkt
q = de moord is gisteren gepleegd
r = Pietersen heeft overgewerkt
s = de moord is vandaag gepleegd

We krijgen nu het volgende redeneerschema:
$p \rightarrow q, r \rightarrow s/\neg(p \wedge r)$

6.6.14(ii) Bewijs dat alle als volgt opgebouwde formules tautologieën zijn:
$(A \to C) \to ((B \to C) \to ((A \vee B) \to C))$

Zoals vorige week, gaan we ook dit met yices laten zien. We nemen de negatie van de tautologie, en als de tautologie waar blijkt te zijn dan zal de negatie een contradictie zijn, dus yices zal geen enkele valuatie vinden die de negatie waarmaakt. We geven yices de volgende input:

```
(benchmark whodunnit.smt
:extrapreds ((A) (B) (C))
:formula (and
(not(implies(implies A C)(implies(implies B C)(implies(or A B)C))))
))
```

We krijgen dan de volgende output van yices:

```
C:\Users\Roy\Desktop\School\Universiteit Utrecht\Inleiding Logica\Yices\bin>yice
s -smt -e whodunnit.smt
unsat
```

Er is dus geen enkele valuatie die de negatie van de formule waar maakt. Oftwel we hebben hier te maken met een tautologie.

9-5

Inleveropgave maandag 07 Oktober

Roy Knelange -
Werkgroep 1

October 4, 2013

1 Practicum

6.6.8(iv) Laat zien dat:
$(p \vee q), (p \to q) \not\models (p \wedge q)$

We gaan dit met behulp van yices laten zien. $(p \vee q), (p \to q) \not\models (p \wedge q)$ betekent eigenlijk dat er dus een valuatie is die $(p \vee q), (p \to q), \neg(p \wedge q)$ waar maakt. Waarom? Want dan maken de premisse niet altijd de conclusie waar, wat we ook moesten laten zien. We geven daarom yices de volgende input:

1

```
(benchmark whodunnit.smt
:extrapreds ((A) (B) (C))
:formula (and
(not(or A B))
(not(and (implies A B)(implies B A)))
))
```

We krijgen dan de volgende output van yices:

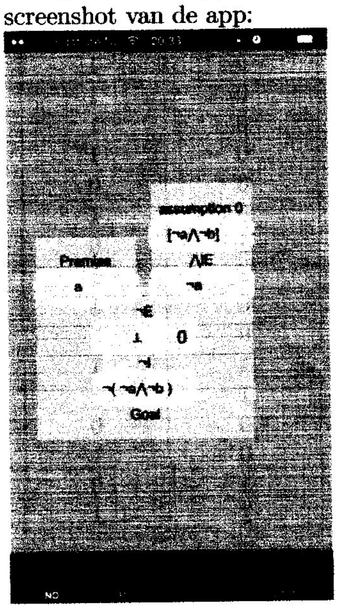
9

```
C:\Users\Roy\Desktop\School\Universiteit Utrecht\Inleiding Logica\Yices\bin>yice
s -smt -e whodunnit.smt
sat
(= A false)
(= B true)
```

We zien dus dat yices een valuatie heeft gevonden die $(p \vee q), (p \to q), \neg(p \wedge q)$ waar maakt. Zoals hierboven al besproken betekent het dus dat $(p \vee q), (p \to q) \not\models (p \wedge q)$ inderdaad geldt.

9.4.7(viii) Maak natuurlijke deducties voor de volgende bewering:
$A \vdash_i \neg(\neg A \wedge \neg B)$

Voor deze opgave gebruiken we de natural deduction proof builder app. Met behulp van deze app maken we de gezochte natuurlijke deductie. Hieronder een screenshot van de app:



De gemaakte boom is helemaal groen, dit betekent dat de boom klopt. Ook zien we bovenaan de boom alleen de premisse A en de hypothese $(\neg A \wedge \neg B)$ staan. De hypothese wordt bij desbetreffende stap ingetrokken en de premisse mochten we aannemen.