Inleveropgaven 3

Simone van Bruggen

WC −1

+0,25

NR +0,5

9,75

H6 Opgave 9 (iii)

(benchmark practicum9.smt
:extrapreds ((p) (q) (r))

:formula (and
(not (or p (not (not q))))
(implies r q)
(implies (not p) r)
))

```
C:\Users\Simone\Downloads\Yices\Yices\bin>yices -e -smt practicum9.smt
unsat
```

We willen onderzoeken of de verzameling
$\{\neg(p \vee \neg\neg q),\ r \rightarrow q,\ \neg p \rightarrow r\}$ vervulbaar of strijdig is.
M.b.v. Yices kijken we of er een mogelijke wereld is waarin al deze formules waar zijn, oftewel of
$(\neg(p \vee \neg\neg q)) \wedge (r \rightarrow q) \wedge (\neg p \rightarrow r)$ waar kan zijn.
Yices geeft aan dat dit "unsat" is, dus deze formules kunnen niet alledrie waar zijn.
De verzameling $\{\neg(p \vee \neg\neg q),\ r \rightarrow q,\ \neg p \rightarrow r\}$ is dus strijdig.

H6 Opgave 14 (iv)

```
(benchmark practicum14.smt
:extrapreds ((A) (B) (C))

:formula (not (and
(implies
(implies A (implies B C))
(implies (and A B) C))
(implies
(implies (and A B) C)
(implies A (implies B C)))
)))
```

```
C:\Users\Simone\Downloads\Yices\Yices\bin>yices -e -smt practicum14.smt
unsat
```

We hebben de formule $(A \rightarrow (B \rightarrow C)) \leftrightarrow ((A \wedge B) \rightarrow C)$, waarvan we willen weten of het een tautologie is. Als de formule een tautologie is, moet zij altijd waar zijn.
M.b.v. Yices kijken we of we een wereld kunnen vinden waarin niet geldt dat deze formule waar is.
Het resultaat hiervan is "unsat", dus er ~~kan~~ is geen wereld waarin de formule niet waar is, oftewel: ~~betekent~~ de formule is altijd waar. Het is een tautologie!

H6 Opgave 8 (ii)

```
(benchmark practicum8.smt
:extrapreds ((p) (q))

:formula (and
(not(or p q))
(not (and (implies p q)(implies q p)))
))
```

```
C:\Users\Simone\Downloads\Yices\Yices\bin>yices -e -smt practicum8.smt
unsat
```

Gegeven is $\neg(p \vee q) \models p \leftrightarrow q$. We gaan ~~met~~ m.b.v. Yices onderzoeken of er een valuatie is waarvoor deze uitspraak niet op gaat, i.e. $\neg(p \vee q) \not\models p \leftrightarrow q$.
Het resultaat hiervan is "unsat", wat betekent dat er geen valuatie is waarvoor niet geldt dat $\neg(p \vee q) \models p \leftrightarrow q$, dus er geldt $\neg(p \vee q) \models p \leftrightarrow q$.

$r_1 r_2 r_3 = p_1 p_2 + q_1 q_2$

```
(benchmark practicumformule.smt
:extrapreds ((p1) (p2) (q1) (q2) (r1) (r2) (r3))

:formula (and
(and
(implies r1 (and (and p1 p2) (and q1 q2)))
(implies (and (and p1 p2) (and q1 q2)) r1))

(and
(implies r2 (or (or (or (and p1 p2) (and p1 q1)) (or (and p1 q2) (and p2 q1))) (or (and p2 q2) (and q1
q2))))
(implies (or (or (or (and p1 p2) (and p1 q1)) (or (and p1 q2) (and p2 q1))) (or (and p2 q2) (and q1 q2)))
r2))

(and
(implies r3 (or (or (and p1 (and p2 q1)) (and p1 (and p2 q2))) (or (and p1 (and q1 q2)) (and p2 (and q1
q2)))))
(implies (or (or (and p1 (and p2 q1)) (and p1 (and p2 q2))) (or (and p1 (and q1 q2)) (and p2 (and q1
q2)))) r3)

(not r1)
r2
r3
)))
```

$r_1 \leftrightarrow (p_1 \wedge p_2 \wedge q_1 \wedge q_2)$

$r_2 \leftrightarrow ((p_1 \wedge p_2) \vee (p_1 \wedge q_1) \vee (p_1 \wedge q_2) \vee (p_2 \wedge q_1) \vee (p_2 \wedge q_2) \vee (q_1 \wedge q_2))$

$r_3 \leftrightarrow ((p_1 \wedge p_2 \wedge q_1) \vee (p_1 \wedge p_2 \wedge q_2) \vee (p_1 \wedge q_1 \wedge q_2) \vee (p_2 \wedge q_1 \wedge q_2))$

p1	p2	q1	q2	r1	r2	r3	
0	0	0	0	0	0	0	
0	0	0	1	0	0	1	
0	0	1	0	0	0	1	*
0	0	1	1	0	1	0	*
0	1	0	0	0	0	1	
0	1	0	1	0	1	0	
0	1	1	0	0	1	0	*
0	1	1	1	0	1	1	*
1	0	0	0	0	0	1	*
1	0	0	1	0	1	0	*
1	0	1	0	0	1	0	*
1	0	1	1	0	1	1	*
1	1	0	0	0	1	0	*
1	1	0	1	0	1	1	*
1	1	1	0	0	1	1	*
1	1	1	1	1	0	0	*

We zoeken de waardes van p_1, p_2, q_1 en q_2 wanneer er geldt $r_1 = 0$ $r_2 = 1$ $r_3 = 1$.
Bovenstaande formules geven relatie tussen r_1, r_2 en r_3 en ~~de~~ p_1, p_2, q_1 en q_2 weer. We voegen daar de eisen $\neg r_1$, r_2 en r_3 dan toe.

~~[illegible]~~

bij * klopt het niet dat $p_1 p_2 + q_1 q_2 = r_1 r_2 r_3$!

Originele uitvoer:

* toegevoegd aan formule

```
C:\Users\Simone\Downloads\Yices\Yices\bin>yices -e -smt practicumformule.smt
sat
(= r1 false)
(= r2 true)
(= r3 true)
(= p1 false)
(= p2 true)
(= q1 true)
(= q2 true)
```

* (not (and (and (not p1) p2)) (and q1 q2)))

```
C:\Users\Simone\Downloads\Yices\Yices\bin>yices -e -smt practicumformule.smt
sat
(= r1 false)
(= r2 true)
(= r3 true)
(= p1 true)
(= p2 false)
(= q1 true)
(= q2 true)
```

* (not (and (and p1 (not p2)) (and q1 q2)))

```
C:\Users\Simone\Downloads\Yices\Yices\bin>yices -e -smt practicumformule.smt
sat
(= r1 false)
(= r2 true)
(= r3 true)
(= p1 true)
(= p2 true)
(= q1 false)
(= q2 true)
```

* (not (and (and p1 p2) (and (not q1) q2)))

```
C:\Users\Simone\Downloads\Yices\Yices\bin>yices -e -smt practicumformule.smt
sat
(= r1 false)
(= r2 true)
(= r3 true)
(= p1 true)
(= p2 true)
(= q1 true)
(= q2 false)
```

De uitvoer van Yices komt overeen met de waarheidstafel en geeft dus alle mogelijkheden waarvoor geldt dat $p_1 p_2 + q_1 q_2 = 3$.

waarheidstafel klopt niet, daarom dan ook de rest niet. +0,5 voor de moeite!

HOOFDSTUK 6

① ix. $V(p) = V(q) = 1$

$V(r) = V(s) = 0$

$V((r \leftrightarrow \neg p) \leftrightarrow (p \leftrightarrow s))$

Uit sem↔ volgt $V((r \leftrightarrow \neg p) \leftrightarrow (p \leftrightarrow s)) = 1$ desda $V(r \leftrightarrow \neg p) = V(p \leftrightarrow s)$.

Uit sem ↔ volgt $V(r \leftrightarrow \neg p) = 1$ desda $V(r) = V(\neg p)$.

Uit sem ¬ volgt $V(\neg p) = 1$ desda $V(p) = 0$. Dan geldt dus ook $V(\neg p) = 0$ desda $V(p) = 1$.

Er is gegeven dat $V(p) = 1$ en $V(r) = 0$. $V(r) = V(\neg p)$ dus $V(r \leftrightarrow \neg p) = 1$.

Uit sem ↔ volgt $V(p \leftrightarrow s) = 1$ desda $V(p) = V(s)$. Gegeven is $V(p) = 1$ en $V(s) = 0$, dus $V(p) \neq V(s)$. dus $V(p \leftrightarrow s) = 0$

$V(r \leftrightarrow \neg p) \neq V(p \leftrightarrow s)$ dus

$V((r \leftrightarrow \neg p) \leftrightarrow (p \leftrightarrow s)) = 0$.

④ vi $V \models p$, $V \models q$, $V \not\models r$, $V \not\models s$

$V \models q \rightarrow ((\bot \rightarrow r) \rightarrow s)$

Uit sem→ volgt $V \models q \rightarrow ((\bot \rightarrow r) \rightarrow s)$ desda $V \not\models q$ en/of $V \models (\bot \rightarrow r) \rightarrow s$. Gegeven is $V \models q$ dus moet gelden $V \models (\bot \rightarrow r) \rightarrow s$. We gebruiken weer sem→, waaruit volgt $V \models (\bot \rightarrow r) \rightarrow s$ desda $V \not\models (\bot \rightarrow r)$ en/of $V \models s$. Gegeven is $V \not\models s$, dus moet gelden $V \not\models (\bot \rightarrow r)$. Met sem → volgt hieruit $V \not\models (\bot \rightarrow r)$ desda $V \models \bot$ en $V \not\models r$.

$V \not\models \bot$ (sem ⊥) dus dit is in tegenspraak. De uitspraak is dus onwaar.

HOOFDSTUK 8

① v. $(p \rightarrow \neg q), (p \rightarrow q) / r$

Deze redenering is geldig desda $(p \rightarrow \neg q), (p \rightarrow q) \models r$

p	q	r	¬q		p → ¬q	p → q	r
0	0	0	1	V_1	1	1	0
0	0	1	1	V_2	1	1	1
0	1	0	0	V_3	1	1	0
0	1	1	0	V_4	1	1	1
1	0	0	1	V_5	1	0	0
1	0	1	1	V_6	1	0	1
1	1	0	0	V_7	0	1	0
1	1	1	0	V_8	0	1	1

In de werelden V_2 en V_4 zijn alle premissen waar en is de conclusie r waar. De werelden V_1 en V_3 maken wel alle premissen waar, maar niet de conclusie. Dus niet altijd als de premissen waar zijn, is de conclusie waar. De redenering is dus niet geldig.

HOOFDSTUK 9

7 iii. $\vdash_i \bot \to A$

waar nemd die vandaan?

$[\bot]_1$

$$\dfrac{\dfrac{[\bot]_1 \quad [\bot \to A]}{A}\to E}{\bot \to A}\to I_1$$

~~⊥E~~ −0,5

ix. $\vdash_i \neg A \leftrightarrow (A \to \bot)$

$$\dfrac{\dfrac{\dfrac{[\neg A]_1 \quad [A]_2}{\bot}\neg E}{A \to \bot}\to I_2 \qquad \dfrac{\dfrac{[A]_3 \quad [A \to \bot]_1}{\bot}\to E}{\neg A}\neg I_3}{\neg A \leftrightarrow (A \to \bot)}\leftrightarrow I_1$$

−0,5

INDUCTIE

3.1.8. Recursieve definitie (van de functie $\otimes$ op FOR)

c. (i) $\otimes(p_i) := p_i$ voor alle i.

(ii) $\otimes(\bot) := \bot$

(iii) $\otimes(\neg A) := \otimes(A)$

(iv) $\otimes((A \square B)) := (\otimes(A) \square \otimes(B))$

waarbij* $\square$ is $\wedge$ $\vee$ $\to$ of $\leftrightarrow$

vb. $\neg(p \wedge \neg q)$

$$\begin{aligned}
\otimes(\neg(p \wedge \neg q)) &= \otimes((p \wedge \neg q)) && \text{(iii)}\\
&= (\otimes(p) \wedge \otimes(\neg q)) && \text{(iv)}\\
&= (\otimes(p) \wedge \otimes(q)) && \text{(iii)}\\
&= (p \wedge q) && \text{(i)}
\end{aligned}$$

+0,25