

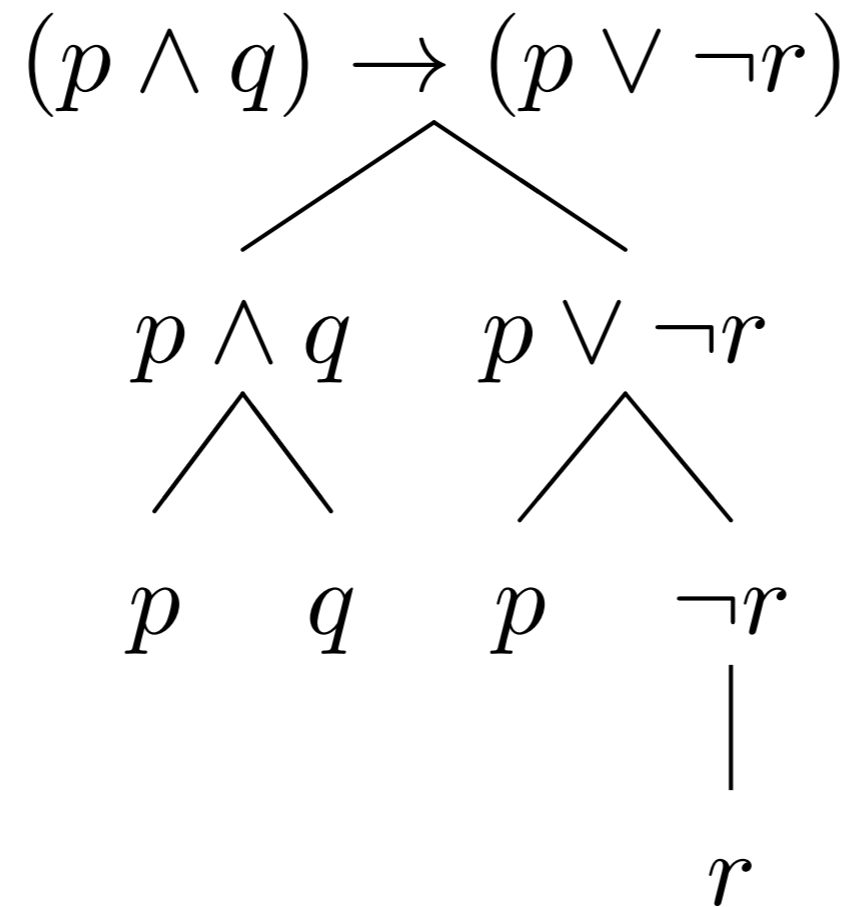
# Inductie en recursie

- inductie is een manier om (mogelijk oneindige) verzamelingen (op eindige wijze) te definiëren
- recursie is een manier om functies van een (mogelijk oneindige) inductief gedefinieerde verzameling (op eindige wijze) te definiëren

# Formules Propositielogica

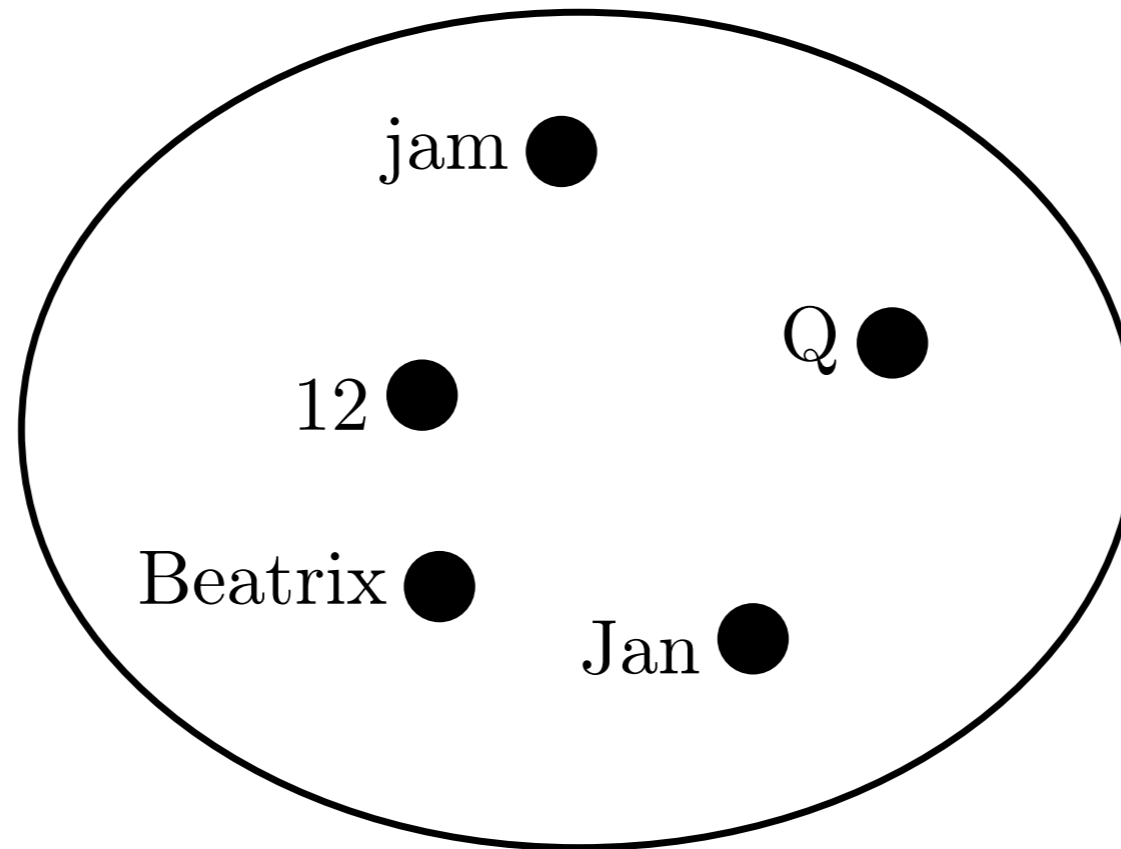
- Elke propositionele variabele is een (atomaire) formule
- $\perp$  is een formule
- Als  $A$  een formule is dan ook  $\neg A$ .
- Als  $A$  en  $B$  formules zijn dan ook  $(A \wedge B)$ ,  $(A \vee B)$ ,  $(A \rightarrow B)$  en  $(A \leftrightarrow B)$ .

# Constructie tonen:ontleden



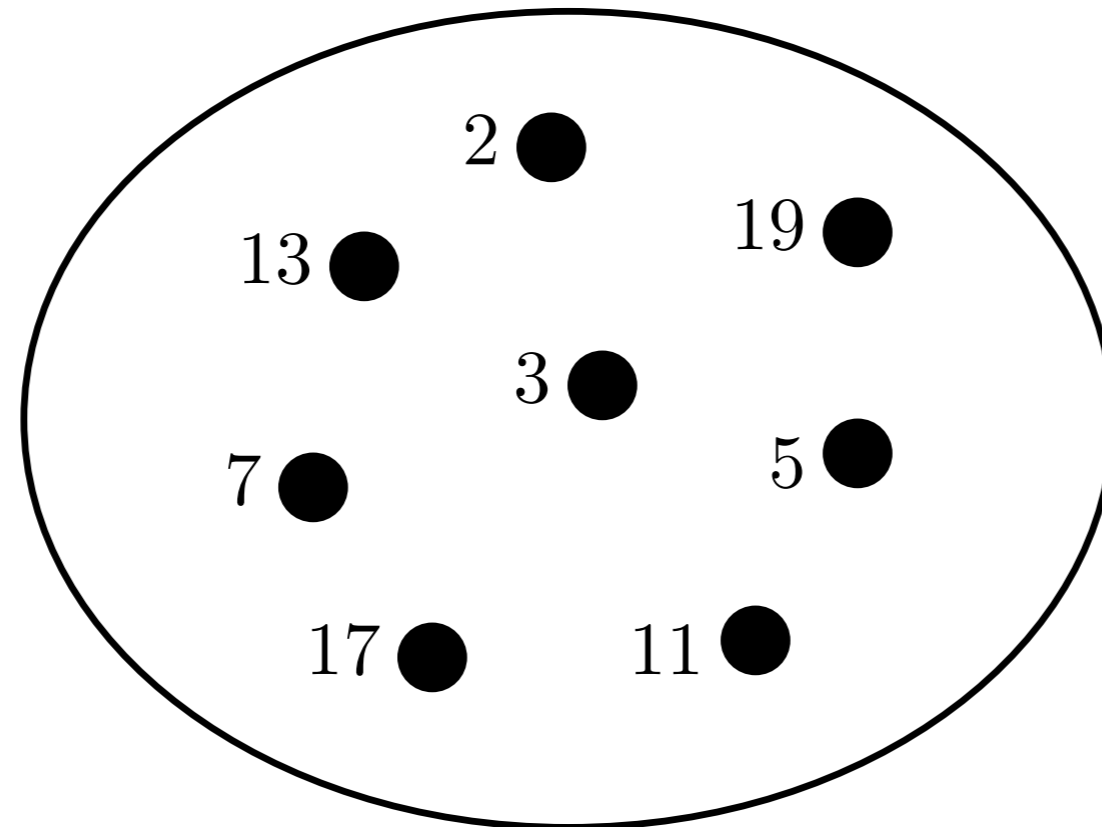
- toont constructie van  $((p \wedge q) \rightarrow (p \vee \neg r))$

# Verzamelingen



- een verzameling met 5 elementen
- notatie {jam, 12, Q, Beatrix, Jan}

# Nog een verzameling



- $\{17, 3, 11, 5, 19, 2, 13, 7\}$
- zelfde als  $\{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19\}$ ?
- zelfde als verzameling priemgetallen  $\leq 19$ ?

# Verzameling gelijkheid

- Twee verzamelingen gelijk dan en slechts dan als ze dezelfde elementen hebben
- $2 \in \{2,3\}$  (2 element van verzameling  $\{2,3\}$ )
- $2 \notin \{3,4\}$  (2 geen element van verzameling  $\{3,4\}$ )

# Oneindige verzamelingen

- een voor een opsommen gaat niet
- selecteren uit een oneindige verzameling: de verzameling van alle priemgetallen
- de verzameling van getallen zelf?

# Inductieve verzamelingen

- Constructie voorschrift
- 0 is een natuurlijk getal
- als  $n$  een natuurlijk getal is dan is  $S(n)$  dat ook (denk aan de opvolger/successor van  $n, n+1$ )
- inductie: alleen te construeren elementen



# Inductieve definitie formules

- Elke propositionele variabele is een formule
- $\perp$  is een formule
- Als  $A$  een formule is dan ook  $\neg A$ .
- Als  $A$  en  $B$  formules zijn dan ook  $(A \wedge B)$ ,  $(A \vee B)$ ,  $(A \rightarrow B)$  en  $(A \leftrightarrow B)$ .

# Inductieve Definitie $\mathcal{O}$

Kleinste verzameling zodanig dat

- [basis] ... element van  $\mathcal{O}$
- [constructie] als ... (en ....) element van  $\mathcal{O}$ , dan ook ... element van  $\mathcal{O}$

# Inductieve Definitie Blurpsen

Kleinste verzameling zodanig dat

- [basis]  $\Delta$  element van Blurpsen
- [constructie] als  $x$  element van Blurpsen, dan ook  $x\Delta\Delta$  en  $\diamond xx\diamond$  element van Blurpsen
- [constructie] als  $x,y$  element van Blurpsen, dan ook  $x\Delta y$  element van Blurpsen

# Semantiek

- waarheidswaarden toekennen aan formules
- een functie van FOR naar  $\{0,1\}$ 
  - hoe te definiëren? mbv recursie

# Idee van recursie

- waarheidswaarde van een formule kan berekend worden als we de waarheidswaarde van z'n delen weten (als waarheidsdefiniert/functioneel voegteken)

# Recursieve Functies

- [basis] geef de functiewaarde voor ieder basiselement.
- [inductie] geef de functiewaarde voor een geconstrueerd element, waarbij gebruik gemaakt mag worden van de functiewaarde voor de elementen waaruit het geconstrueerd is.

# Meta-taal

- A,B,C,... worden in de syllabus gebruikt om over proposities/formules te spreken
- ze zijn onderdeel van de metataal (taal om over de (formule)taal te spreken)