

Waarom Predikatenlogica?

Albert Visser

Department of Philosophy, Faculty Humanities, Utrecht University

11 oktober, 2012

Waarom
Predikatenlogica?

Predikatenlogica:
een eerste blik

[Meer in Detail](#)



Universiteit Utrecht

Overview

Waarom Predikatenlogica?

Predikatenlogica: een eerste blik

Meer in Detail

Waarom
Predikatenlogica?

Predikatenlogica:
een eerste blik

Meer in Detail



Universiteit Utrecht

Overview

Waarom Predikatenlogica?

Predikatenlogica: een eerste blik

Meer in Detail

Waarom
Predikatenlogica?

Predikatenlogica:
een eerste blik

Meer in Detail



Universiteit Utrecht

Overview

Waarom Predikatenlogica?

Predikatenlogica: een eerste blik

Meer in Detail

Waarom
Predikatenlogica?

Predikatenlogica:
een eerste blik

Meer in Detail



Overview

Waarom Predikatenlogica?

Predikatenlogica: een eerste blik

Meer in Detail

Waarom
Predikatenlogica?

Predikatenlogica:
een eerste blik

Meer in Detail



Universiteit Utrecht

De twee gezichten van Kunstmatige Intelligentie



Figure: Janus

- ▶ **Begrijpen door maken:** het cognitieve perspectief
- ▶ **Maken door begrijpen:** maak machines/programma's die intelligente taken kunnen uitvoeren

Waarom
Predikatenlogica?

Predikatenlogica:
een eerste blik

[Meer in Detail](#)



Universiteit Utrecht

Logica als Ideale Kunsttaal

De ontwerpers van de moderne logica (Boole, Frege) dachten meer vanuit het maken-door-begrijpen perspectief dan uit het begrijpen-door-maken perspectief. Ze wilden een kunsttaal ontwikkelen die *voor een gespecialiseerde doelstelling*—de analyse van wiskundig redeneren— *beter* was dan gewone taal.

De traditionele logische systemen staan gedeeltelijk ver af van hoe wij in het dagelijks leven redeneren. Met Logica proberen we niet menselijke redeneerders te simuleren.

De ontwikkeling van programmeertalen kan gezien worden als in dezelfde lijn liggend als dit oorspronkelijke programma.

Waarom
Predikatenlogica?

Predikatenlogica:
een eerste blik

[Meer in Detail](#)



Universiteit Utrecht

Logica als Ideale Kunsttaal 2

Fiets versus Lopende Robot

Moderne logische systemen wijken op verschillende manieren af van alledaagse redeneren.

- Strikte scheiding syntax en semantiek.
- Ze zijn *von Kopf bis Fuss auf correctheid ingestellt*. Correctheid blijkt volledig uit *form*.
- De architectuur van de taal is anders: e.g. expliciete bindings mechanismen. LIFO regel voor variabelen.
- Geïdealiseerde betekenissen connectieven.

Voor computerverificatie gebruikt men meestal niet het precieze systeem van predikatenlogica maar voor dit doel beter geschikte varianten. (Bijvoorbeeld: Typentheorie)

Anderzijds weerspiegelt de logica redeneervormen met een bindend karakter. Waar menselijk redeneren daar systematisch van afwijkt heeft dat een verklaring.

Waarom
Predikatenlogica?

Predikatenlogica:
een eerste blik

[Meer in Detail](#)



Universiteit Utrecht

Conjunction Fallacy

Amos Tversky and Daniel Kahneman:

Linda is 31 years old, single, outspoken, and very bright. She majored in philosophy. As a student, she was deeply concerned with issues of discrimination and social justice, and also participated in anti-nuclear demonstrations. Which is more probable?

1. *Linda is a bank teller.*
2. *Linda is a bank teller and is active in the feminist movement.*

85% of those asked chose option 2. However the probability of two events occurring together (in “conjunction”) is always less than or equal to the probability of either one occurring alone.

Waarom
Predikatenlogica?

Predikatenlogica:
een eerste blik

[Meer in Detail](#)



Propositieloga

In de propositieloga behandelen we de interne structuur van zinnen als black box. Propositieloga zit vrij ver af van het dagelijks redeneren. Denk aan:

**Als de maan van groene kaas is,
doet de economie het geweldig.**

Propositieloga is verbijsterend succesvol: elektronische circuits, complexiteitstheorie.

Waarom
Predikatenlogica?

Predikatenlogica:
een eerste blik

[Meer in Detail](#)



Universiteit Utrecht

Propositielogica 2

Extensies van de propositielogica worden gebruikt in de AI: bijvoorbeeld modale logica's voor *agent technology* (John-Jules Meijer). Deze worden behandeld in de 2de jaars cursus logica voor AI.

Pogingen om de propositielogica dichterbij het alledaagste redeneren te brengen, dus meer naar de begrijpen-door-maken motivatie te bewegen:

- ▶ niet monotone logicas,
- ▶ fuzzy logic,
- ▶ relevance logic,
- ▶ temporele logica,
- ▶ ...

Vincent heeft sommige van deze al genoemd.

Waarom
Predikatenlogica?

Predikatenlogica:
een eerste blik

[Meer in Detail](#)



Predikatenlogica

Definities van uniforme continuïteit en van continuïteit:

- ▶ Een functie $f : X \rightarrow Y$ is *uniform continu* als voor alle $\epsilon > 0$, er een $\delta > 0$ is, zodat voor alle $x_0, x_1 \in X$, als $d_X(x_0, x_1) < \delta$, dan $d_Y(f(x_0), f(x_1)) < \epsilon$.
- ▶ Een functie $f : X \rightarrow Y$ is *continu* als voor alle $\epsilon > 0$ en voor alle $x_0, x_1 \in X$, er een $\delta > 0$ is, zodat als $d_X(x_0, x_1) < \delta$, dan $d_Y(f(x_0), f(x_1)) < \epsilon$.

Eén van de doelstellingen van de predikatenlogica is een systematische analyse te geven van dit soort zinnen.

Predikatenlogica is 'realistischer' dan propositielogica doordat het ons meer laat zien van zinsstructuur, maar de punten waar propositielogica afwijkt van het dagelijks denken zijn nog steeds aanwezig.

Waarom
Predikatenlogica?

Predikatenlogica:
een eerste blik

[Meer in Detail](#)



Universiteit Utrecht

Predikatenlogica 2

Predikatenlogica is adequaat om het wiskundig redeneren te analyseren *in principe*. Om echt een substantieel bewijs te representeren is het nogal onhandig. Dit heeft geleid tot de ontwikkeling van bijvoorbeeld typentheorie.

Proofcheckers: Automath, Coq, Mizar, ...

Waarom
Predikatenlogica?

Predikatenlogica:
een eerste blik

[Meer in Detail](#)



Predikatenlogica 3

Pogingen om de predikatenlogica dichterbij het alledaagse redeneren te brengen, dus meer naar de begrijpen-door-maken motivatie te bewegen:

- ▶ Montague grammatica
- ▶ Categoriale Grammatica (Michael Moortgat)
- ▶ Dynamische Semantiek (Albert Visser)

Waarom
Predikatenlogica?

Predikatenlogica:
een eerste blik

[Meer in Detail](#)



Universiteit Utrecht

Overview

Waarom Predikatenlogica?

Predikatenlogica: een eerste blik

Meer in Detail

Waarom
Predikatenlogica?

**Predikatenlogica:
een eerste blik**

Meer in Detail



Constanten en Predikaatsymbolen

Constanten staan voor objecten:

j voor Jasmina, o voor Omar, f voor Felix, d voor de Dom, m een specifiek benoemde mat, a voor Amsterdam, u voor Utrecht, e voor Enschede.

Predikaatsymbolen staan voor relaties:

Z voor *zitten op*, T voor *tussen*, K voor *kleiner dan*.

- ▶ $Z(f, m)$: Felix zit op de mat.
- ▶ $K(j, o)$: Jasmina is kleiner dan Omar.
- ▶ $T(u, a, e)$: Amsterdam ligt tussen Utrecht en Enschede.

Predikaatsymbolen hebben een *ariteit*: Z heeft ariteit 2 en T heeft ariteit 3.

Waarom
Predikatenlogica?

Predikatenlogica:
een eerste blik

[Meer in Detail](#)



Variabelen en Kwantoren

Variabelen: x, y, z, \dots

Een variabele staat variabel voor een object? Hoe moeten we hier over denken?

Zij x een even getal en y een oneven getal. Dan is $x + y$ oneven.

Kwantoren: $\forall x$: voor alle x , $\exists x$: er is een x .

- ▶ $\forall x (P(x) \rightarrow Q(x))$.
- ▶ $\forall x \exists y K(x, y)$.
- ▶ **Uniforme continuïteit:**
 $\forall \epsilon (\epsilon > 0 \rightarrow \exists \delta (\delta > 0 \wedge \forall x_0 \forall x_1 (d(x_0, x_1) < \delta \rightarrow d(f(x_0), f(x_1)) < \epsilon)))$.

Waarom
Predikatenlogica?

Predikatenlogica:
een eerste blik

Meer in Detail



Overview

Waarom Predikatenlogica?

Predikatenlogica: een eerste blik

Meer in Detail

Waarom
Predikatenlogica?

Predikatenlogica:
een eerste blik

Meer in Detail



Universiteit Utrecht

Taal en Werkelijkheid

Om de predikatenlogica uit te leggen moeten we twee ingrediënten uitleggen:

- ▶ Syntax (Taal)
- ▶ Semantiek (Werkelijkheid)

Bij de *syntax* horen specificatie van predikatenlogische talen en van een ND bewijssysteem.

Bij de *semantiek* hoort explicatie van het *model begrip* (model = wereld) en specificatie van de interpretatiefunctie die van taal naar werkelijkheid gaat.

We beginnen met een informele uitleg van syntax en semantiek.

Waarom
Predikatenlogica?

Predikatenlogica:
een eerste blik

[Meer in Detail](#)



Domein / Discussiedomein

In de predikatenlogica spreken we nooit van *alle objecten* zonder meer.

Het is zelfs de vraag of het zinnig is over *alle objecten* überhaupt te spreken. Bijvoorbeeld: in sommige contexten rekenen we misschien schaduwen tot de objecten en in sommige contexten niet.

Daarom moet in de predikatenlogica altijd een *domein* of *discussie domein* gegeven worden. **We nemen steeds aan dat het domein niet leeg is!**

Het ligt voor de hand om meerdere domeinen voor verschillende soorten te gebruiken. Als we bijvoorbeeld nadenken over planning van vluchten: tijden en bestemmingen. Dat kan heel goed, maar wij zullen nu met éénsoortige predikatenlogica werken.

Waarom
Predikatenlogica?

Predikatenlogica:
een eerste blik

[Meer in Detail](#)



Constanten en Objecten

Constanten c , d , ... staan voor objecten in het domein. Gegeven een *model*, staat elke constante op vaste wijze voor een uniek object. (Als we het model variëren kan de waarde van de constante veranderen.)

Analoga van constanten in natuurlijke taal:

- ▶ Namen: Piet, Jasmina, Barak, ..., Amsterdam, (de planeet) Mars, ...
- ▶ Uniek bepalende beschrijvingen: de dame met het rode hoedje, de hoofdstad van Nederland, het militair-industrieel complex, ...

Waarom
Predikatenlogica?

Predikatenlogica:
een eerste blik

[Meer in Detail](#)



Universiteit Utrecht

Predikaatsymbolen en Relaties

Predikaatsymbolen: P , Q , R . Elk symbool heeft een gespecificeerde *ariteit* of *plaatsigheid*.

- ▶ P : ariteit 0, propositieletter, staat voor een waarheidswaarde.
- ▶ $Q(c)$: ariteit 1, unair predikaat, staat voor een *eigenschap*
- ▶ $R(c, d)$: ariteit 2, binair predikaat, relatiesymbool, staat voor een (binaire) relatie.

We laten ook wel de haakjes weg: Qc , Rcd .

Natuurlijk taal voorbeelden: (het) regent, boos zijn, zitten op, liggen tussen, ...

Waarom
Predikatenlogica?

Predikatenlogica:
een eerste blik

[Meer in Detail](#)



Universiteit Utrecht

Predikaatsymbolen en Relaties 2

Elk predikaat staat voor een relatie tussen de objecten uit het domein. Als het een n -air symbool is staat het voor een n -aire relatie.

We bezien steeds *relaties in extensie*.

Binaire relatie *houden van*:

domein {Jan, Jasmina, Barak}.

houden van	Jan	Jasmina	Barak
Jan	+	-	-
Jasmina	-	-	-
Barak	+	+	-

Alleen wel en niet onder de relatie vallen telt.

Wezen met hart = wezen met nieren.

Waarom
Predikatenlogica?

Predikatenlogica:
een eerste blik

[Meer in Detail](#)



Universiteit Utrecht