Overzicht

- (liar paradox)
- functionele volledigheid
- semantisch gevolg

Liar paradox

- Deze zin is niet waar.
- Wat is waarheidswaarde van bovenstaande zin?

Functionele volledigheid

Stelling: voor iedere waarheidstafel is er een formule die die als waarheidstafel heeft

Idee: neem voor iedere rij uit de waarheidstafel met waarde 1, de conjunctie van alle propositievariabelen die waarde 1 hebben, en de negatie van de andere propositievariabelen. neem de disjunctie van al deze rijen.

Maakt waar

- $V \models p$ als $V(p) = 1$
- niet $V \models \bot$ (afkorting $V \not\models \bot$)
- $V \models \neg A$ als $V \not\models A$
- $V \models (A \wedge B)$ als $V \models A$ en $V \models B$
- $V \models (A \vee B)$ als $V \models A$ of $V \models B$
- $V \models (A \rightarrow B)$ als $V \not\models A$ of $V \models B$
- $V \models (A \leftrightarrow B)$ als $(V \models A)$ desda $(V \models B)$

Semantisch gevolg

- definitie: $V \models \Gamma$ als $V \models A$ voor alle $A \in \Gamma$ (een valuatie V maakt een verzameling Γ van formules waar, als V iedere formule A in die verzameling waar maakt)
- definitie: $\Gamma \models A$ als voor alle V zodanig dat $V \models \Gamma$ geldt $V \models A$ (A is een semantisch gevolg van Γ als iedere valuatie V die Γ waar maakt ook A waar maakt

Semantisch vervolg

- $\{ (p_0 \wedge p_1) \} \models p_0$ (want als $V \models (p_0 \wedge p_1)$ dan per definitie van wanneer V een conjunctie waar maakt, $V \models p_0$ en $V \models p_1$, waarvan we de eerste gebruiken om te concluderen
- $\{ p_0, \neg p_0 \} \models \bot$ (want iedere valuatie V waarvoor zowel $V \models p_0$ als $V \models \neg p_0$ geldt, dat wil zeggen voor geen enkele V, geldt ook $V \models \bot$; de verzameling $\{ p_0, \neg p_0 \}$ is strijdig)

Classificiatie van FOR

- A tautologie dan en slechts dan als $\neg A$ onvervulbaar
- A contingent dan en slechts dan als zowel A als $\neg A$ vervulbaar
- A strijdig dan en slechts dan als A onvervulbaar
- B semantisch gevolg van A dan en slechts dan als $\{A, \neg B\}$ strijdig (dwz $(A \wedge \neg B)$ onvervulbaar)
- B semantisch gevolg van A dan en slechts dan als $\models A \rightarrow B$ (Hfdstk 6, Stelling 3.9)

Equivalentie

A en B zijn equivalent als
B een semantisch gevolg
is van A en andersom

A Eq B als $A \models B$ en $B \models A$

A Eq B als voor alle valuaties V, V(A) = V(B)

A Eq B als A en B dezelfde waarheidstafel hebben