

16 oktober 2011

## OPGAVEN VOOR HET PRACTICUM VAN 17 OKTOBER

ALBERT VISSER

### 1. INLEIDING

We gaan werken met Jan Jaspars' *tool* dat te vinden is op:

<http://www.phil.uu.nl/inleidinglogica/practicum/modellen/ss.html>

Lees de instructies goed door.

We noemen de verzameling van alle modellen die je met dit tool kan maken: *Jaspars' universum*.

Een *zin* is een formule zonder vrije variabelen. We zeggen dat een zin  $A$  twee modellen  $\mathcal{M}$  en  $\mathcal{N}$  *scheidt* als  $A$  in één van de modellen waar is en in het andere onwaar. Een zin scheidt twee verzamelingen modellen als alle modellen van de ene verzameling de zin waar maken en alle modellen van de andere verzameling de zin onwaar maken.

Merk op dat we de conventies voor het weglaten van buitenste haakjes en van het weglaten van haakjes bij geïtereerde conjuncties en disjuncties mogen gebruiken.

### 2. OPGAVE 1: OP HET PRACTICUM DOEN

Geef voor elk van de volgende zinnen  $A$  twee modellen in Jaspars' universum die door  $A$  gescheiden worden.

Jaspars' notatie	Onze notatie
a. $\text{ExEyKxy}$	$\exists x \exists y Kxy$
b. $\text{Ax}(\text{Hx} > \text{Px})$	$\forall x (Hx \rightarrow Px)$
c. $\text{Ax}(\text{Hx} > \text{Ey}(\text{Kxy} \& \text{Py}))$	$\forall x (Hx \rightarrow \exists y (Kxy \wedge Py))$
d. $\text{ExEyEz}(\text{Kxy} \& \text{Kyz} \& \text{Kzx})$	$\exists x \exists y \exists z (Kxy \wedge Kyz \wedge Kzx)$
e. $\text{ExKax} > \text{EyKfy}$	$\exists x Kax \rightarrow \exists y Kfy$
f. $\text{ExKax} > \text{ExKxa}$	$\exists x Kax \rightarrow \exists x Kxa$
g. $\text{AxEyKxy}$	$\forall x \exists y Kxy$
h. $\text{AxExKxx}$	$\forall x \exists x Kxx$
i. $\text{AxAy}(\text{Kxy} > \text{Kyx})$	$\forall x \forall y (Kxy \rightarrow Kyx)$

### 3. OPGAVE 2: OP HET PRACTICUM DOEN

Geef een zin die de verzameling van alle modellen in Jaspars' universum met tenminste drie elementen scheidt van alle modellen in Jaspars' universum met minder dan drie elementen. Test uw oplossing op een model met  $n$  elementen voor elk van  $n = 1, 2, 3, 4$ .

## 4. OPGAVE 3: THUIS MAKEN EN INLEVEREN OP MAANDAG 24 OKTOBER

Geef voor elk van de volgende zinnen  $A$  twee modellen in Jaspars' universum die door  $A$  geschieden worden. U kunt uw oplossingen inleveren door ze te printen. Vergeet niet uw naam op de prints te zetten.

Jaspars' notatie	Onze notatie
a. $\text{Ax}(\text{Px} > \text{Ey}(\text{Kxy} \& \text{Az}(\text{Hz} > \text{Kyz})))$	$\forall x (Px \rightarrow \exists y (Kxy \wedge \forall z (Hz \rightarrow Kyz)))$
b. $\text{Ax}(\text{Pa} > \text{Pf})$	$\forall x (Pa \rightarrow Pf)$
c. $\text{AxAy}(\text{Kxy} > \text{Ez}(\text{Kxz} \& \text{Kzy}))$	$\forall x \forall y (Kxy \rightarrow \exists z (Kxz \wedge Kzy))$
d. $\text{AxKxx} \& \text{AxAy}(\text{Kxy} > \text{Kyx}) \& \text{AxAyAz}((\text{Kxy} \& \text{Kyz}) > \text{Kxz})$	$\forall x Kxx \wedge \forall x \forall y (Kxy \rightarrow Kyx) \wedge \forall x \forall y \forall z ((Kxy \wedge Kyz) \rightarrow Kxz)$

## 5. OPGAVE 4: VOOR DE LIEFHEBBERS

- Hoeveel modellen zijn er in Jaspars' universum?
- Bezie de zin  $\text{AxEyKxy}$  (in onze notatie:  $\forall x \exists y Kxy$ ). Geef een zin zonder kwantoren die in alle modellen met domein  $\{\text{Arch}, \text{Fonds}\}$  in Jaspars' universum dezelfde waarheidswaarde heeft als  $\text{AxEyKxy}$ .
- Laat zien dat er geen zin is zonder kwantoren die in alle modellen van Jaspars' universum dezelfde waarheidswaarde heeft als  $\text{AxEyKxy}$ .
- Geef een zin zonder constanten die in precies één model van vier elementen in Jaspars' universum waar is.
- Laat zien dat er een model  $\mathcal{M}$  is van vier elementen in Jaspars' universum zodanig dat er geen zin  $A$  zonder constanten is die waar is in  $\mathcal{M}$  en niet waar is in enig ander model van vier elementen in Jaspars' universum.
- Laat zien dat elke zin  $A$  dezelfde paren van modellen scheidt (in Jaspars' universum) als  $\neg A$ .