College Logica voor CKI

Albert Visser

Department of Philosophy, Faculty Humanities, Utrecht University

24 oktober, 2011

Overview

Model

Variabelen

Atomaire Formules

Complexe Formules

Universiteit Utrecht

Overview

Model

Variabelen

Atomaire Formules

Complexe Formules

Universiteit Utrecht

Overview

Model

Variabelen

Atomaire Formules

Complexe Formules

Overview

Model

Variabelen

Atomaire Formules

Complexe Formules

Overview

Model

Variabelen

Atomaire Formules

Complexe Formules

Interpretatie van Predikaatsymbolen 1

Een model van Signatuur Σ is een paar $\langle D, I \rangle$, waar D een *niet-leeg* domain is en I de interpretatiefunctie.

I kent aan de constanten van de signatuur objecten uit het domein toe.

Er zijn twee manieren om de interpretatie van de predikaatsymbolen te doen: een *ad hoc* manier die redelijk te begrijpen is en een consequente manier die subtiel is. We behandelen eerst de *ad hoc* manier.

Interpretatie van Predikaatsymbolen 1: *ad hoc*

- Als $\mathrm{ar}(P) = 0$, dan is $I(P)$ een waarheidswaarde.
- Als $\mathrm{ar}(P) = 1$, dan is $I(P)$ een eigenschap in extensie, i.e. een deelverzameling van het domein: $I(P) \subseteq D$.
- Als $\mathrm{ar}(P) = n \geq 2$, dan is $I(P)$ een relatie in extensie, i.e. een verzameling rijtjes van lengte n van elementen uit het domein: $I(P) \subseteq D^n$.

Interpretatie van Predikaatsymbolen 2: consequent

In de consequente benadering behandelen we de interpretatie van alle predikaatsymbolen zoals we hierboven de interpretatie van meer-dan-unaire predikaatsymbolen behandelden.

We rijtje van lengte 0, is een één-tupel $\langle d \rangle$. Stel ons domain bestaat uit Jan, Clara en Aslan. Dan zouden we kunnen hebben:

- Ad hoc: $I(P) = \{\text{Clara}, \text{Arslan}\}$,
- Consequent: $I(P) = \{\langle\text{Clara}\rangle, \langle\text{Arslan}\rangle\}$.

Het is duidelijk dat beide stijlen dezelfde informatie verschaffen.

Universiteit Utrecht

Interpretatie van Predikaatsymbolen 3: consequent

Er is maar één 0-tupel: ε. De interpretatie van $I(P)$ met $\mathrm{ar}(P) = 0$ zou een verzameling 0-tupels moeten zijn.

Er zijn precies twee verzamelingen 0-tupels: $\emptyset$ en $\{\varepsilon\}$.

We identificeren de waarheidswaarde 0 met $\emptyset$ en de waarheidswaarde 1 met $\{\varepsilon\}$. Hoe meer er in zit hoe waarder.

Overview

Model

Variabelen

Atomaire Formules

Complexe Formules

Interpretatie van de Variabele

Kunnen we de variabele interpreteren als $I(x) = d$, waar $d \in D$? Nee, dan zouden we geen verschil hebben tussen een variabele en een constante.

We voeren een tweede orakel in naast I: de bedeling f. De bedeling is een functie van variabelen naar de objecten uit het domein. Terwijl we het domein vasthouden laten we de bedeling variëren en daarmee de waarde van de variabele.

- $[\![t]\!]_{\mathcal{M},f} = I(t)$, als t een constante is.
- $[\![t]\!]_{\mathcal{M},f} = f(t)$, als t een variabele is.

Overview

Model

Variabelen

Atomaire Formules

Complexe Formules

Universiteit Utrecht

Interpretatie van Atomaire Formules

Ad hoc:

- Als $\mathrm{ar}(P) = 0$:
  $\mathcal{M}, f \models P$ dan en slechts dan $I(P) = 1$,
- Als $\mathrm{ar}(P) = 1$:
  $\mathcal{M}, f \models Pt$ dan en slechts dan $[\![t]\!]_{\mathcal{M},f} \in I(P)$,
- Als $\mathrm{ar}(P) = n \geq 2$:
  $\mathcal{M}, f \models Pt_1 \ldots t_n$ dan en slechts dan
  $\langle [\![t_1]\!]_{\mathcal{M},f}, \ldots, [\![t_n]\!]_{\mathcal{M},f} \rangle \in I(P)$.

Consequent:

- $\mathcal{M}, f \models Pt_1 \ldots t_n$ dan en slechts dan
  $\langle [\![t_1]\!]_{\mathcal{M},f}, \ldots, [\![t_n]\!]_{\mathcal{M},f} \rangle \in I(P)$.

0-air: consequent

- $\mathrm{ar}(P) = 0$:
  $\mathcal{M}, f \models P$ dan en slechts dan $\varepsilon \in I(P)$
  dan en slechts dan als $I(P) = \{\varepsilon\}$

We hadden besloten $\{\varepsilon\} \approx 1$.

Universiteit Utrecht

Overview

Interpretatie van Complexe Formules

sem0	$\mathcal{M}, f \models Pt_1 \ldots t_n$	$\Leftrightarrow$	$\langle [\![t_1]\!]_{\mathcal{M},f}, \ldots, [\![t_n]\!]_{\mathcal{M},f} \rangle \in I(P)$
sem$\perp$	$\mathcal{M}, f \models \perp$	$\Leftrightarrow$	0=1
sem$\neg$	$\mathcal{M}, f \models \neg B$	$\Leftrightarrow$	$\mathcal{M}, f \not\models B$
sem$\wedge$	$\mathcal{M}, f \models A \wedge B$	$\Leftrightarrow$	$\mathcal{M}, f \models A$ en $\mathcal{M}, f \models B$
sem$\vee$	$\mathcal{M}, f \models A \vee B$	$\Leftrightarrow$	$\mathcal{M}, f \models A$ of $\mathcal{M}, f \models B$
sem$\rightarrow$	$\mathcal{M}, f \models A \rightarrow B$	$\Leftrightarrow$	$\mathcal{M}, f \not\models A$ of $\mathcal{M}, f \models B$
sem$\leftrightarrow$	$\mathcal{M}, f \models A \leftrightarrow B$	$\Leftrightarrow$	$[\mathcal{M}, f \models A$ en $\mathcal{M}, f \models B]$ of $[\mathcal{M}, f \not\models A$ en $\mathcal{M}, f \not\models B]$
sem$\forall$	$\mathcal{M}, f \models \forall x\, A$	$\Leftrightarrow$	voor alle $d \in D$, $\mathcal{M}, f[x : d] \models A$
sem$\exists$	$\mathcal{M}, f \models \exists x\, A$	$\Leftrightarrow$	er is een $d \in D$, $\mathcal{M}, f[x : d] \models A$