

# Dilbert (3 oktober 2011)



# Natuurlijke deductie

- syntax voor bewijzen in propositielogica
- syntax = afleidingsbomen
- boom modelleert hypothetische redenering
- bladeren = aannames (0, 1 of meer)
- vertakking = redeneerstap
- wortel = conclusie (precies 1)

# ND: syntax vs. semantiek

- $A_1, \dots, A_n \vdash B$
- er is een afleidingsboom met (niet ingetrokken) aannames (dwz bladeren)  $A_1, \dots, A_n$  en conclusie (dwz wortel)  $B$
- afleidingsregels 'voeren waarheden in een nieuwe waarheid' over
- $A_1, \dots, A_n \models B$  (correctheid (na te streven))

# Redeneerstap

- redeneerstap instantie van redeneerschema
- per connectief introductie en eliminatieschema
- introductieschema = introduceer dat connectief als hoofdconnectief in formule
- eliminatieschema = verwijder/elimineer dat hoofdconnectief uit formule

# ND: conjunctie

$$\frac{A \wedge B}{A}$$

Eliminatie (links)

$$\frac{A \wedge B}{B}$$

Eliminatie (rechts)

$$\frac{A \quad B}{A \wedge B}$$

Introductie

# ND:implicatie

$$\frac{A \quad A \rightarrow B}{A}$$

Eliminatie

$$\frac{[A]}{B}$$
$$\frac{B}{A \rightarrow B}$$

Introductie (intrekken hypothesen (0, 1 of meer))

# Intrekken hypothesen

- Label intrekkende regelinstantie op unieke wijze, b.v. met een getal  $n$
- Bepaal de in te trekken hypothesen (moeten van de goede vorm zijn, en niet ingetrokken)
- Zet rechte haken om de in te trekken hypothesen en label met  $n$

# ND: negatie

$$\frac{A \quad \neg A}{\perp}$$

Eliminatie

$$\frac{[A]}{\perp} \quad \frac{\perp}{\neg A}$$

Introductie (intrekken hypothesen (0, 1 of meer))



# ND:falsum

$$\frac{\perp}{A}$$

Eliminatie

Introductie

# ND:disjunctie

$$\frac{A \vee B \quad \begin{array}{c} [A] \\ \nabla \\ C \end{array} \quad \begin{array}{c} [B] \\ \nabla \\ C \end{array}}{C}$$

Eliminatie (intrekken hypothesen (0, 1 of meer))

$$\frac{A}{A \vee B}$$

$$\frac{B}{A \vee B}$$

Introductie (links)

Introductie (rechts)

# reductio ad absurdum

$[\neg A]$



$\perp$   
 $A$